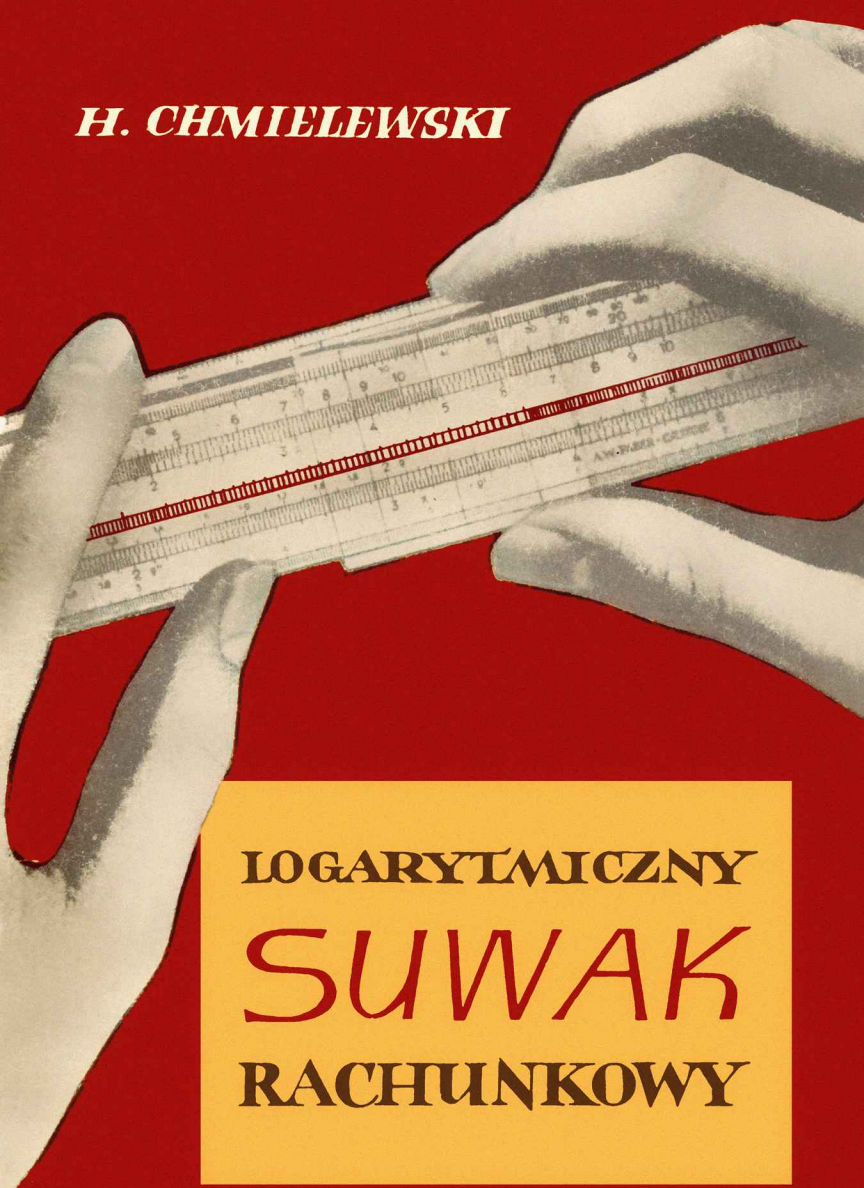
H. CHMIELEWSKI



LOGARYTMICZNY SUWAK RACHUNKOWY

Mgr inż. HELIODOR CHMIELEWSKI

LOGARYTMICZNY SUWAK RACHUNKOWY

WYDANIE IX

WNT

WYDAWNICTWA NAUKOWO-TECHNICZNE
WARSZAWA

Redaktor naukowy WNT
Mgr inż. Kazimierz Ochęduszko

518.5 : 681.143

Praca podaje w przystępny sposób podstawowe wiadomości z teorii a przede wszystkim z techniki liczenia na suwaku rachunkowym. Tekst zawiera dużą ilość przykładów i ćwiczeń.
ążeczka przeznaczona jest dla pracowników te znych wykonujących wszelkiego rodzaju oblicze gujących się w tym celu suwakiem rachu poza tym stanowić może pomoc naukową uczniów i studentów szkół technicznych.

WSZELKIE PRAWA ZASTRZEŻONE

Printed in Poland

Okładkę projektował *K. Śliwka*
Redaktor techniczny *I. Milewska*

WNT Warszawa 1963. Wydanie 9. Nakład 20.100 egz. Ark. wyd. 3,6. Ark. druk. 3,5. Format A5. Pap. druk. sat. kl. V, 70 g. 61×80/16. Druk – klisz. Druk ukończono w maju 1963 r. Symbol RMF/77115. Cena zł 5.—

Szczecińskie Zakłady Graficzne, Szczecin, Al. Wojska Polskiego 128. Zam. 1744. W-4-72.

SPIS TREŚCI

Str.

I. Wiadomości ogólne

1. Wstęp 5
2. Podstawy teoretyczne suwaka 6
3. Budowa suwaka 10
4. Rodzaje suwaków 12
5. Dokładność obliczeń na suwaku 14

II. Technika liczenia

1. Wstęp 15
   a) Uwagi ogólne 15
   b) Podziałki i odczytywanie liczb 15
2. Mnożenie 18
   a) Technika mnożenia i odczytywanie wyniku 18
   b) Podstawy teoretyczne 19
   c) Mnożenie kilku liczb 21
   d) Użycie podziałek A i G 21
   e) Użycie podziałek C i D 22
3. Dzielenie 23
   a) Technika dzielenia i odczytywanie wyniku 23
   b) Podstawy teoretyczne 24
   c) Użycie podziałek A i G 25
   d) Użycie podziałek C i D 26
   e) Obliczanie ułamków 26
   f) Odwrotności liczb 26
4. Podnoszenie do kwadratu 29
5. Obliczanie pierwiastka kwadratowego 30
6. Podnoszenie do trzeciej potęgi 31
7. Obliczanie pierwiastka sześciennego 32
8. Obliczanie potęg $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{2}$ 33
9. Odwrotności drugiej potęgi i odwrotności pierwiastka kwadratowego 34
10. Działania złożone 35
    a) Kwadrat iloczynu $z = (xy)^2$ 35

Str.

b) Pierwiastek kwadratowy z iloczynu $z = \sqrt{xy}$ 35
c) Wyrażenie typu $z = x^2y$ 35
d) Wyrażenie typu $z = x^2 : y$ 36
e) Wyrażenie typu $z = x : y^2$ 36
f) Wyrażenie typu $z = x\sqrt{y}$ 36
g) Kwadrat ilorazu $z = (x : y)^2$ 36
h) Pierwiastek kwadratowy z ilorazu $z = \sqrt{x : y}$ 36
i) Wyrażenie typu $z = \sqrt{x : y}$ 37
j) Wyrażenie typu $z = x : \sqrt{y}$ 37
11. Logarytmowanie 37
a) Ogólne zasady 37
b) Zastosowanie 38
12. Funkcje trygonometryczne 39
a) Funkcje sinus i cosinus 39
b) Funkcje tangens i cotangens 40
c) Obliczanie wartości kątów 41
13. Zastosowanie oznaczeń literowych 43
a) Miara łukowa kątów 43
b) Długość obwodu koła 44
c) Pole koła 44
d) Objętość brył obrotowych 46
e) Obliczanie ciężaru prętów stalowych 47
14. Dodatkowe wykorzystanie suwaka 48
a) Suwak jako tablice 48
b) Proporcje 49
c) Rozkładanie liczb na dowolne czynniki $x = yz$ 51
d) Obliczanie przeciwprostokątnej 51
e) Obliczanie sumy odwrotności liczb 53
f) Obliczanie funkcji 55

Literatura 57

Uwaga

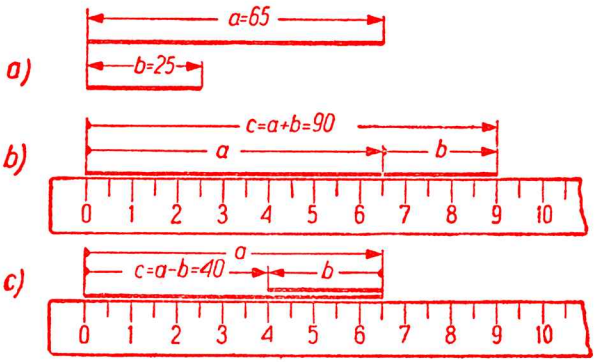
Ustępy oznaczone gwiazdką *) może czytelnik nie znający zasad logarytmowania opuścić bez uszczerbku dla zrozumienia techniki liczenia na suwaku.

I. Wiadomości ogólne

1. Wstęp

Każdy technik w swej pracy zawodowej wykonuje często wszelkiego rodzaju obliczenia, od dodawania począwszy poprzez odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, wyciąganie pierwiastków, a na logarytmowaniu i wyznaczaniu funkcyj trygonometrycznych skończywszy.

Przy obliczeniach wytrzymałościowych elementów konstrukcyjnych, sprawdzaniu mocy silnika lub jego sprawności, wyznaczaniu wydajności maszyn, narzędzi lub urządzeń oraz



Rys. 1. Dodawanie i odejmowanie odcinków przy pomocy przymiaru milimetrowego: a) odcinki, b) dodawanie odcinków, c) odejmowanie odcinków

obliczaniu orientacyjnego ciężaru materiałów, czasu pracy, premii, zapłaty itd., rachunek, obejmujący cały łańcuch takich działań jak mnożenie i dzielenie, zajmuje bardzo dużo czasu i powinien być wykonany szybko i łatwo, z określoną z góry dokładnością i wykluczeniem możliwości pomyłek.

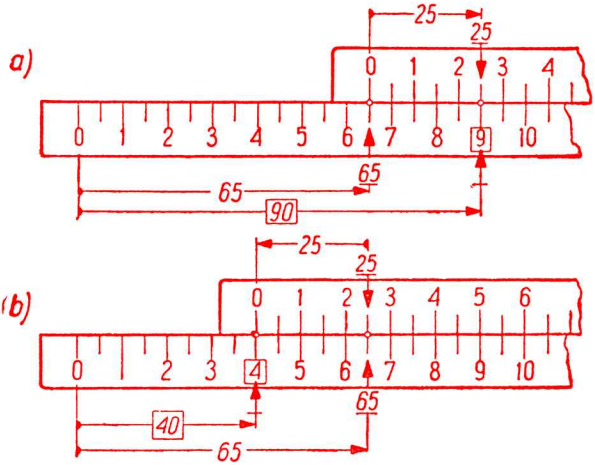
Do tego celu służą odpowiednie wykresy, tzw. *wykresy nomograficzne*, oraz różnego rodzaju *przyrządy liczące*. Jednym z nich jest *logarytmiczny suwak rachunkowy* (rys. 7), opraco-

wany w 1620 roku przez matematyka *E. Guntera*, udoskonalony potem przez *E. Wingate'a* i *S. Patridge'a* i doprowadzony w 1850 r. do postaci dzisiejszej przez *A. Mennheima*.

Suwak rachunkowy umożliwiając dokonywanie wszelkiego rodzaju obliczeń w sposób łatwy i prosty z określoną z góry przybliżoną i dostateczną dla praktyki dokładnością jest jednym z typowych przykładów mechanizacji pracy umysłowej. Odciąża bowiem pamięć i zwalnia umysł od szeregu uciążliwych wysiłków, a zapewniając w sposób dostateczny bezbłędność i odpowiednią dokładność wyników obliczeń, pozwala świeżą myśl technika skierować z większą energią na rozwiązywanie zagadnień technologicznych czy też konstrukcyjnych, co w okresie intensywnego rozwoju naszego przemysłu i techniki ma ogromne i wymowne znaczenie.

2. Podstawy teoretyczne suwaka *)

Rys. 1 podaje najprostszy schemat dodawania i odejmowania odcinków przy pomocy cyrkla i linii z podziałką milimetrową. Rys. 2 przedstawia usprawniony sposób polegający



Rys. 2. Dodawanie i odejmowanie liczb (odcinków) przy pomocy przesuwnych podziałek: a) dodawanie, b) odejmowanie

*) Ustępy oznaczone *) są przeznaczone dla czytelników znających zasady logarytmowania.

na zastosowaniu przesuwających się po sobie podziałek. Zasada wykonywania obliczeń widoczna jest z rysunku.

Najprostszym obrazem geometrycznym wyniku mnożenia dwu liczb jest pole prostokąta, którego podstawa i wysokość odpowiadają tym liczbom. Pomiar pola jest jednak czynnością bardziej złożoną, aniżeli pomiar odcinka.

Aby przedstawić za pomocą sumowania odcinków wynik mnożenia, sięgnąć musimy do zasad logarytmowania [1]), a mianowicie, gdy

$$x \cdot y = z \quad (x > 0 \quad \text{i} \quad y > 0)$$

wówczas, logarytmując obie strony równania

$$\lg (x \cdot y) = \lg z$$

sprowadzimy jego lewą stronę do postaci sumy

$$\lg x + \lg y = \lg z$$

Jeśli teraz oznaczymy:

$$\lg x = a;\ \lg y = b;\ \lg z = c$$

wówczas otrzymamy

$$a + b = c$$

a więc możemy uważać i w tym przypadku, że mamy do czynienia z dodawaniem odcinków a, b, c, (rys. 1b), które jak z tego widać, muszą być proporcjonalne do logarytmów liczb x, y, z.

Analogicznie przedstawia się dzielenie, które po zlogarytmowaniu sprowadza się do odejmowania odcinków, a mianowicie:

$$x : y = z$$
$$\lg (x : y) = \lg z$$
$$\lg x - \lg y = \lg z$$

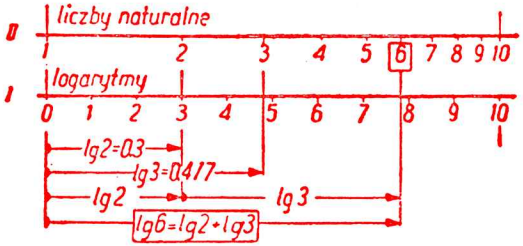
czyli (rys. 1c)

$$a - b = c$$

Podane powyżej własności logarytmów wykorzystujemy jako teoretyczną podstawę budowy suwaka. W tym celu rysujemy w odpowiedniej skali równomierną podziałkę I (rys. 3) i przyjmujemy, że jej oznaczenia liczbowe przedstawiają wyra-

[1]) Patrz „Mały Poradnik Mechanika", wyd. 6, str. 44, 54.

żone w ułamkach dziesiętnych wartości mantys logarytmów liczb naturalnych. Nad tą podziałką budujemy nową podziałkę *II* w ten sposób, że odpowiednim liczbom dolnej podziałki, jako mantysom logarytmów, odpowiadają na górnej podziałce —

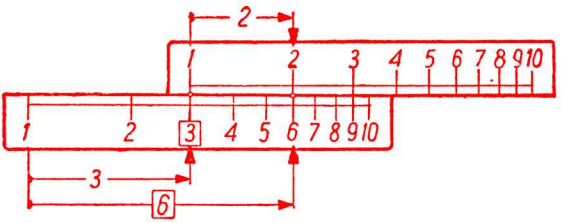


Rys. 3. Zasada mnożenia liczb przez dodawanie logarytmów tych liczb

liczby logarytmowane (liczby naturalne). A zatem podziałka górna przedstawia *liczby naturalne*, a podziałka dolna — ich *logarytmy* (ściślej mantysy). Np. logarytm liczby 2 wynosi 0,3, a logarytm liczby 3 wynosi 0,477 itd.

Należy zwrócić uwagę, że podziałka górna, na której umieszczone są liczby naturalne, jest *podziałką logarytmiczną*, tzn. *podziałką nierównomierną*, gdyż długość działek elementarnych *1—2, 2—3, 3—4 itd. są nierówne.*

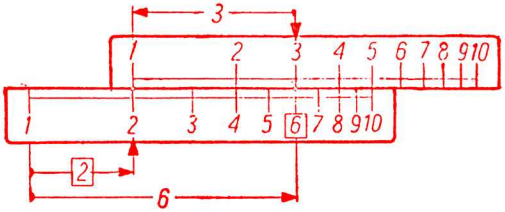
Na zasadzie wyjaśnionej już właściwości logarytmów, obliczenie iloczynu dwu liczb sprowadza się do dodawania odcinków podziałki logarytmicznej, jak to dla przykładu $3 \times 2 = 6$ przedstawia rys. 3.



Rys. 4. Mnożenie za pomocą dwu identycznych przesuwnych podziałek logarytmicznych

Początkowo odcinki dodawano za pomocą cyrkla, jak to podaje rys. 1. Ponieważ jednak sposób ten był bardzo niewy-

godny, zastosowano sumowanie podobnie jak na rys. 2 za pomocą dwu identycznych podziałek, przesuwających się po sobie (rys. 4). Umożliwiło to szybkie odczytywanie wyniku.



Rys. 5. Dzielenie za pomocą dwu identycznych przesuwnych podziałek logarytmicznych

Obliczanie ilorazu polega na tej samej zasadzie, z tym tylko zastrzeżeniem, że tutaj odejmujemy od siebie odpowiednie odcinki. Rys. 5 przedstawia działanie $6 : 3 = 2$.

Suwak rachunkowy oparty na podziałce logarytmicznej przeznaczony jest w zasadzie do wykonywania działań mnożenia i dzielenia. Możność obliczania logarytmów, potęg, pierwiastków, odwrotności i funkcji kątowych jest tylko jego dodatkowym, zresztą bardzo pożytecznym, uzupełnieniem.

Podziałka kwadratów i sześcianów jest zbudowana na zasadzie podziałki logarytmicznej, posiadającej skalę odpowiednio dwa lub trzy razy mniejszą aniżeli skala podziałki podstawowej, przedstawiającej liczby naturalne. Wynika to z zasad logarytmowania liczb potęgowanych, a mianowicie, gdy

$$a^n = b$$

wówczas

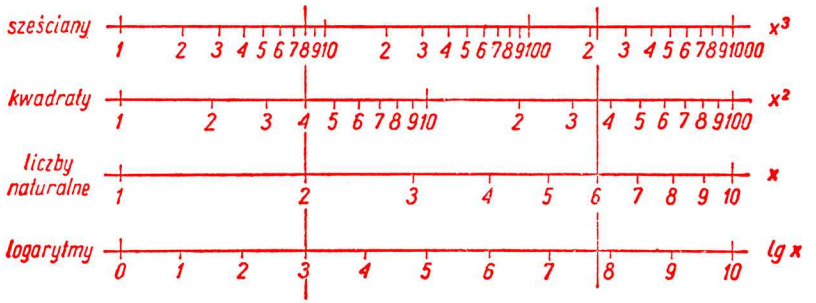
$$n \lg a = \lg b$$

i

$$\lg a = \frac{\lg b}{n}$$

co oznacza, że dla porównywania odcinków $\lg a$ i $\lg b$ skala podziałki logarytmicznej liczb *(b)* będących wynikiem potęgowania musi być n razy mniejsza aniżeli skala podziałki liczb potęgowanych *(a)*. Oznacza to, że dla wyznaczenia drugiej potęgi skala podziałki logarytmicznej kwadratów musi być dwa razy mniejsza, dla wyznaczania zaś trzeciej potęgi skala po-

działki logarytmicznej sześcianów musi być trzy razy mniejsza aniżeli skala podziałki logarytmicznej liczb (naturalnych) potęgowanych.



Rys. 6. Zespół wzajemnie powiązanych podziałek

Rys. 6 przedstawia zespół wzajemnie powiązanych głównych podziałek, znajdujących się na suwaku rachunkowym. Należy zwrócić uwagę, iż tylko oś logarytmów ($\lg x$) ma podziałkę regularną (równomierną), pozostałe zaś osie liczbowe mają podziałki nieregularne (nierównomierne).

Jeśli np. przez punkt 2 osi liczb naturalnych poprowadzimy linię pionową, wówczas wskaże ona na linii kwadratów liczbę 4 (jako wartość kwadratu liczby 2), na linii sześcianów 8, a na linii logarytmów mantysę 0,3, jako wartości odpowiednich działań na liczbie 2.

3. Budowa suwaka

Logarytmiczny suwak rachunkowy jest jednym z wielu praktycznych zastosowań *nomografii*, tj. nauki ustalającej zasady budowy różnego rodzaju wykresów, przy pomocy których wykonywać można graficznie odpowiednie obliczenia matematyczne. Zbudowany na zasadzie wykorzystania własności logarytmów służy do szybkiego, mechanicznego (z wystarczającą dla praktyki warsztatowej dokładnością) wykonywania mnożenia, dzielenia, potęgowania, pierwiastkowania, logarytmowania oraz odczytywania wartości funkcyj kątowych.

Najbardziej rozpowszechniony typ suwaka składa się z trzech zasadniczych części: 1) *korpusu*, 2) *przesuwki* (ruchomej linijki, zwanej często *języczkiem* i 3) *ruchomego okienka (szkiełka)* (rys. 7).

Na *korpusie* naniesiony jest zespół odpowiednio powiązanych podziałek, przy czym podstawową jest *podziałka F (podziałka logarytmów)*. Jest ona podziałką równomierną o zakresie od 0 do 1 i przedstawia mantysy logarytmów, którym odpowiadają *liczby naturalne*, podane na *podziałce A*, będącej z kolei podziałką logarytmiczną, nieregularną. *Podziałka logarytmiczna D* posiada skalę dwa razy mniejszą aniżeli podziałka *A* i przedstawia odpowiednio *kwadraty*, a logarytmiczna *podziałka E*, wykonana w skali 3 razy mniejszej aniżeli podziałka *A*, przedstawia sześciany liczb naturalnych zawartych na podziałce *A*. Często na jednym z zewnętrznych brzegów korpusu suwaka umieszczona jest normalna *podziałka milimetrowa*, a na drugim przeciwległym brzegu — podobna podziałka, tylko w skali 1 : 2,5.

Przesuwka posiada na swej górnej stronie:

a) logarytmiczną *podziałkę B*, identyczną z podziałką *A*;

b) logarytmiczną *podziałkę G*, która jest odwróconą podziałką *A* w ten sposób, że wartości oznaczeń wzrastają od prawej strony ku lewej. Często podziałkę tę nazywa się *podziałką odwrotności* liczb lub *podziałką zwrotną*;

c) *podziałkę C*, identyczną z podziałką *D*

oraz na odwrotnej stronie (rys. 8):

d) nieregularną *podziałkę S*, przy pomocy której odczytuje się wartości funkcji sinus dla kątów od 5°45′ do 90°;

e) nieregularną podziałkę *T* dla funkcji tangens (dla kątów w zakresie od 5°45′ do 45°);

f) nieregularną *podziałkę S, T* dla wartości funkcji sinus i tangens bardzo małych kątów od 0° do 5°45′.

Okienko posiada na szkiełku narysowaną jedną lub trzy kreseczki, które służą do ułatwienia odczytywania odpowiadających sobie liczb na różnych podziałkach.

4. Rodzaje suwaków

Opisany wyżej suwak wraz z naniesionymi podziałkami jest podstawowym suwakiem rachunkowym. Istnieje jednak wiele odmian różniących się między sobą:

1) sposobem wykonania (zależy to od produkującej firmy) lub

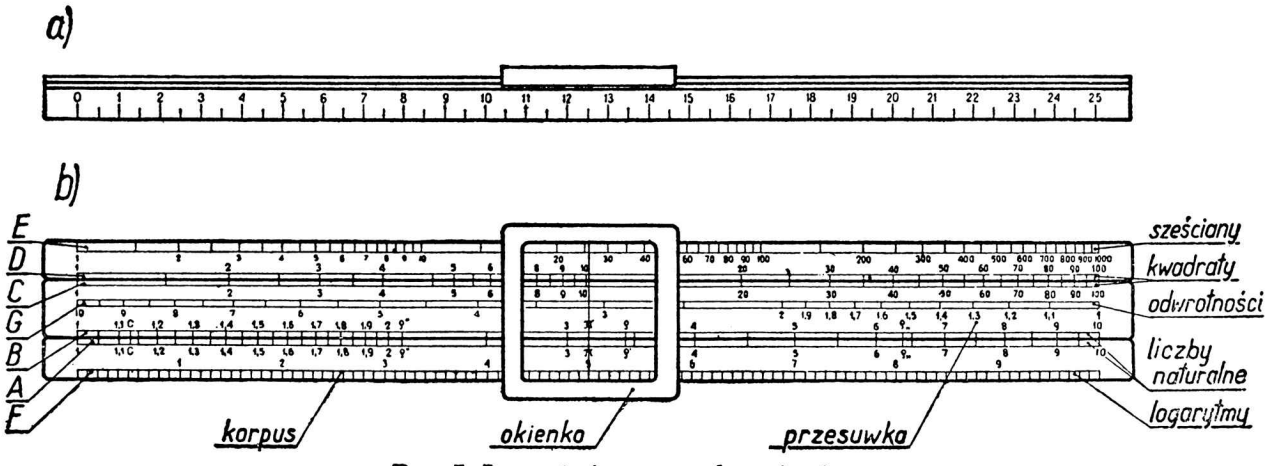
2) przeznaczeniem (*suwaki mechaniczne, elektryczne, budowlane, handlowe* itp.).

W grupie pierwszej spotykamy suwaki różnego kształtu (*linijkowe, tarczowe, walcowe* itp.) oraz różnej wielkości (np. długości 125 mm, 250 mm, 500 mm itd.), sporządzane z najrozmaitszych materiałów (drewno, metal, tektura lub masa). Poza tym suwaki mogą posiadać nie wszystkie podziałki, w jakie wyposażony jest normalny suwak, lecz tylko niektóre, przy czym podziałki te mogą być również rozmieszczone w innej kolejności.

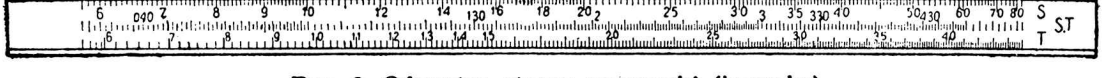
W grupie drugiej zasługuje na wyróżnienie przeznaczony do dokładnych obliczeń tzw. *„suwak precyzyjny"*. Różni się on od zwykłego suwaka tym, że podziałkę liczb normalnych podzielono na dwie części. Część pierwszą, obejmującą liczby od „1" do „ $\sqrt{10} = 3{,}162$", umieszczono na miejscu podziałek *C* i *D* (rys. 7), a część drugą, obejmującą liczby od „ $\sqrt{10} = 3{,}162$" do „10" umieszczono na miejscu podziałek *A* i *B* suwaka zwykłego. Podobnie rozdzielona została podziałka kwadratów. W ten sposób normalny suwak rachunkowy uzyskuje dokładność suwaka o długości dwa razy większej.

Do tej samej grupy należy tzw. *„suwak wykładniczy"*, który posiada specjalne podziałki *logarytmiczno-logarytmiczne* (lg lg), umożliwiające bezpośrednie wykonanie potęgowania lub pierwiastkowania liczb o dowolnych wykładnikach.

W tejże grupie suwaki, w zależności od dziedziny techniki czy też usług, dla których są przeznaczone, posiadają dodatkowe podziałki, oznaczenia bądź też kreski na okienku, które umożliwiają dokonywanie szybko typowych obliczeń, jak np. zamianę KM na kW, wyznaczanie mocy obrabiarki, pobór prądu przez silnik, obliczanie kapitału bądź też procentu itp.



Rys. 7. Logarytmiczny suwak rachunkowy
a) widok z boku; b) widok z góry



Rys. 8. Odwrotna strona przesuwki (języczka)

Niektóre suwaki, jak np. *„suwaki kalkulacyjne"*, nie posiadają w ogóle podziałek przedstawiających liczby oderwane, lecz tylko liczby, reprezentujące pewne określone wielkości mianowane, związane z kalkulacją.

5. Dokładność obliczeń na suwaku

Dokładność obliczeń dokonywanych za pomocą suwaka zależy od wielu czynników, a przede wszystkim od precyzji wykonania przyrządu oraz wprawy liczącego.

Jeżeli przyjmiemy, że podziałki suwaka zostały wykonane odpowiednio dokładnie oraz że przeciętnie wprawny użytkownik potrafi rozróżnić na podziałce odległość 0,25 mm, wówczas przeciętny błąd odczytań na normalnym suwaku długości 250 mm wyniesie

$$\Delta U = \frac{0{,}25 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = \frac{1}{1000}$$

co stanowi 0,1% odczytanej liczby.

Jak z powyższego rachunku wynika, przeciętny błąd obliczeń dla suwaka mniejszego jest proporcjonalnie większy, a dla suwaka większego — odpowiednio mniejszy. Np. dla suwaka o długości 125 mm wynosi

$$\Delta U = \frac{0{,}25 \text{ mm}}{125 \text{ mm}} = \frac{1}{500}, \text{ czyli } 0{,}2\%$$

a dla suwaka o długości 500 mm

$$\Delta U = \frac{0{,}25 \text{ mm}}{500 \text{ mm}} = \frac{1}{2000}, \text{ czyli } 0{,}05\%$$

II. Technika liczenia

1. Wstęp

a) Uwagi ogólne

Posługiwanie się suwakiem rachunkowym, który ułatwia znakomicie wykonywanie uciążliwych działań matematycznych na liczbach wielocyfrowych, jest proste i nie wymaga nawet gruntownej znajomości zasady, na której przyrząd jest zbudowany:

Aby dobrze liczyć przy pomocy suwaka, trzeba nabrać tylko dostatecznej wprawy. Na przykładach poszczególnych działań poznamy technikę liczenia.

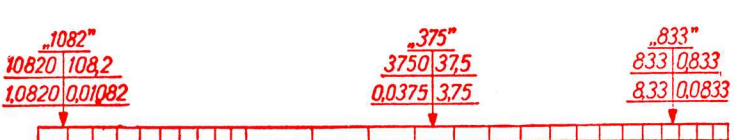
b) Podziałki i odczytywanie liczb

Mnożenie wykonujemy, posługując się dwiema identycznymi podziałkami logarytmicznymi *A* i *B*, które mają oznaczenia cyfrowe od 1 do 10 [1]). Nie znaczy to jednak, aby na suwaku można było mnożyć tylko liczby mniejsze od 10. Każdą bowiem dowolną liczbę umiejscawia się na podziałkach *A* i *B* traktując ją jako zespół uszeregowanych cyfr, bez uwzględnienia przecinka, oddzielającego miejsca dziesiętne i bez uwzględnienia początkowych zer. A więc liczby np.: 3750; 37,5; 3,75; 0,0375 zajmują na podziałce *A* to samo miejsce, które nazywamy „375" (rys. 9).

Analogicznie będzie z liczbami: 1082; 108,2; 1,082; 0,01082 bądź też z liczbami: 833; 8,33; 0,833; 0,0833, które zajmują na podziałkach *A* lub *B* odpowiednie miejsce „1082" lub „833"

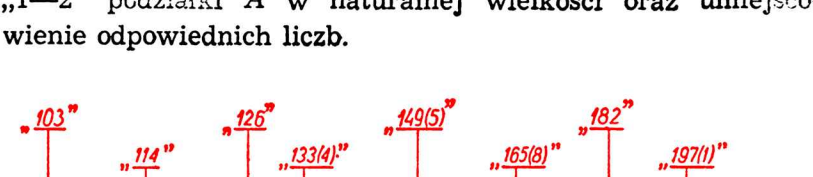
[1]) Na niektórych suwakach zamiast „10" jest „1". Nazywamy wówczas „1" początkową — *„jedynką lewą"*, a „1" końcową — *„jedynką prawą"*.

Jak widać z rysunku 9, *dokładność i łatwość odczytania* jest największa w przedziale „1—2" i staje się najmniejsza w przedziale „9—10".



Rys. 9. Wyszukiwanie liczb na podziałce logarytmicznej

Na suwaku normalnej wielkości, którego podziałka *A* posiada długość 250 mm w przedziale „1—2", liczby odpowiadające kolejnym kreskom wzrastają co 0,01, przy czym pierwsze kreski oznaczają liczby: 1,00; 1,01; 1,02 itd. — a ostatnie 1,98; 1,99 i 2,00. Rysunek 10 pokazuje fragment „1—2" podziałki *A* w naturalnej wielkości oraz umiejscowienie odpowiednich liczb.



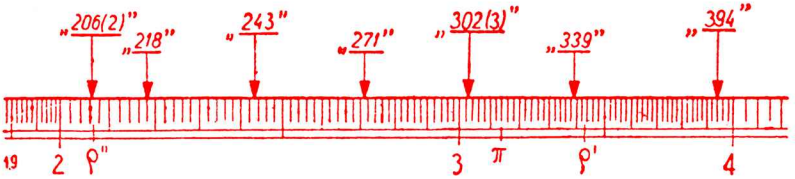
Rys. 10. Wyszukiwanie liczb na podziałce logarytmicznej (fragment „1—2" podziałki *A* suwaka logarytmicznego)

A zatem, dowolnemu punktowi na podziałce *A* w przedziale „1—2" odpowiada liczba, którą odczytać możemy z dokładnością trzech miejsc (cyfr) pewnych, a czwarte miejsce oznacza cyfrę przybliżoną.

W odczytanej liczbie np. 133,4 — 1, 3, 3 są *cyframi pewnymi, cyfra* zaś 4 *przybliżoną,* wziętą „na oko" jako położona odpowiednio między dwiema kreskami, oznaczającymi setne części.

Przy odczytywaniu liczb w przedziale „1—2" należy zwrócić baczną uwagę, że tuż przy „1" są liczby, których cyfra stojącą na drugim miejscu równa się zero np. 1,03.

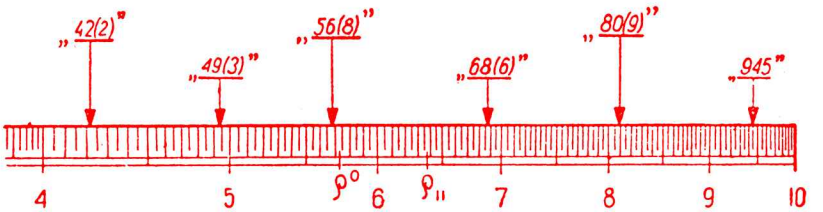
W przedziale „2—3" i „3—4" (rys. 11) odległość między sąsiednimi kreskami odpowiada wartości 0,02. I tu również, jak poprzednio, możemy odczytać liczbę z dokładnością trzech



Rys. 11. Wyszukiwanie liczb na podziałce logarytmicznej (fragmenty „2—3" i „3—4" podziałki *A* suwaka logarytmicznego)

miejsc pewnych, czwarte zaś miejsce oznaczać będzie cyfrę przybliżoną. Np. liczba 2062 ma cyfry pewne 2, 0, 6, a cyfra 2 jest przybliżona.

W przedziale „4—10", składającym się z odcinków: „4—5", „5—6", „6—7", „7—8", „8—9", „9—10", liczby odpowiadające kolejnym kreskom wzrastają co 0,05. Oznacza to, iż odczytana liczba posiada tylko dwa pierwsze miejsca pewne, a miejsce trzecie oznacza cyfrę przybliżoną (rys. 12).



Rys. 12. Wyszukiwanie liczb na podziałce logarytmicznej (fragmenty „4—10" podziałki *A*

Podziałki główne *A* i *B* posiadają często na swych krańcach przedłużenie nowych, analogicznych podziałek logarytmicznych, dla odróżnienia oznaczonych niekiedy na czerwono. Te uzupełnienia umożliwiają odczytanie iloczynu lub

ilozaru, gdy wypada on poza krańcami podziałki w pobliżu „1" lub „10".

Oprócz oznaczeń cyfrowych widzimy na podziałkach A i B oznaczenia literowe, o których mowa będzie dalej.

Zadania: Wyszukać na podziałce A miejsce liczb: 1015; 10,85; 111; 0,116; 1,44; 17,2; 2,04; 2920; 3,55; 0,432; 580; 6,21; 7,86; 0,812; 915.

2. Mnożenie

a) Technika mnożenia i odczytywanie wyniku

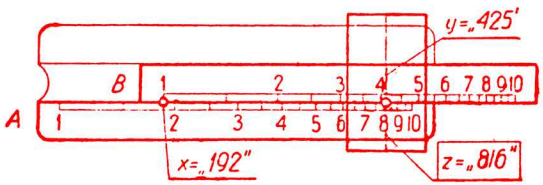
1) Mnożenie typu $x \cdot y = z$ wykonujemy używając podziałek A i B (rys. 13);

2) na podziałce A znajdujemy pierwszy czynnik x i ustawiamy nad nim „1" lub „10" podziałki B;

3) na podziałce B znajdujemy drugi czynnik y i ustawiamy na nim kreskę okienka;

4) kreska ta wskazuje na podziałce A miejsce iloczynu z;

5) wartość iloczynu z ustalamy z sumy ilości miejsc, jaką posiadają oba czynniki.



Rys. 13. Mnożenie liczby „192" przez „425"

Jeśli przesuwka wysunięta jest na prawo, należy od tej sumy odjąć 1, jeśli zaś przesuwka wysunięta jest na lewo, suma miejsc pozostaje bez zmiany.

Ilość miejsc obliczamy w sposób następujący: liczby większe od jedności posiadają tyle miejsc dodatnich, ile mają cyfr na lewo od przecinka (np. liczba 253,3 ma 3 miejsca dodatnie, liczba zaś 2,47 ma 1 miejsce dodatnie), a liczby mniejsze od jedności — tyle miejsc ujemnych, ile mają zer na prawo od przecinka do pierwszej cyfry różnej od zera

(np. liczba 0,003 ma 2 miejsca ujemne, liczba 0,05 ma 1 miejsce ujemne, a liczba 0,75 ma 0 miejsc).

Przykład 1. $19{,}2 \times 4{,}25 = 81{,}6$. (Rys. 13 przedstawia uproszczony schemat suwaka).

W celu dokonania tego mnożenia:

1) ustawiamy przesuwkę w takim położeniu, aby „1" jej podziałki *B* stanęła nad miejscem „192" podziałki *A*, następnie

2) przesuwamy okienko w ten sposób, aby jego środkowa kreska pokryła na podziałce *B* miejsce „425",

3) pod kreską okienka na podziałce *A* odczytujemy rezultat mnożenia: „816",

4) ustalamy wartość odczytanego rezultatu w ten sposób, że:

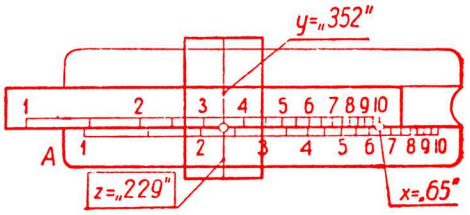
a) obliczamy w każdej liczbie, którą mnożymy, ilość miejsc; wobec czego liczba 19,2 ma + 2 miejsca, liczba zaś 4,25 ma + 1 miejsce;

b) sumujemy te miejsca; $+2+1=+3$ miejsca;

c) ponieważ przesuwkę wysunięto przy mnożeniu na prawo, od sumy ilości miejsc odejmujemy 1;

$3-1=2$ miejsca.

Liczba 2 oznacza, iż odczytany uprzednio na podziałce *A* rezultat „816" jest liczbą posiadającą 2 miejsca dodatnie.



Rys. 14. Mnożenie liczby „65" przez „352"

A zatem „816" = 81,6 i jest iloczynem liczb 19,2 i 4,25.

Przykład 2. $0.065 \times 35200 = 2290$; (rys. 14), 0,065 (−1 miejsce); 35200 (+5 miejsc); przesuwka wysunięta na lewo (0 miejsc); $-1+5-0=+4$ miejsca; „229" = 2290.

Zadanie 1. Sprawdź na suwaku, że:

1) $7{,}5 \times 85200 = 639000$;
2) $0{,}192 \times 0{,}45 = 0{,}0864$;
3) $93{,}5 \times 44 = 4110$;
4) $0{,}555 \times 0{,}024 = 0{,}0133$;
5) $2{,}42 \times 380 = 920$;
6) $8{,}53 \times 0{,}32 = 2{,}73$.

Zadanie 2. Wzór na drogę brzmi $s = v \cdot t$, gdzie s oznacza drogę w km, v — szybkość w km/godz, a t — czas w godz. Obliczyć, ile km przebył pociąg w ciągu czasu $t = 2\frac{1}{2}$ godz, jadąc ze średnią szybkością $v = 52$ km/godz. Odp. 130 km.

b) Podstawy teoretyczne *)

Wykonywanie mnożenia na suwaku polega na:

1) przedstawieniu każdego czynnika w postaci odcinka proporcjonalnego do mantysy logarytmu reprezentowanej liczby;

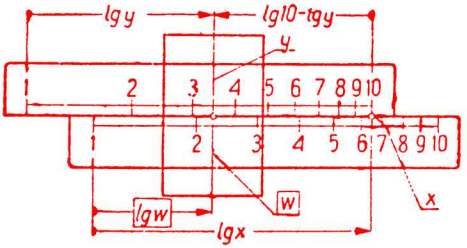
2) sumowaniu tych odcinków; wynika to z własności logarytmowania iloczynu: $xy = z$; $\lg(xy) = \lg z$; $\lg x + \lg y = \lg z$; $a + b = c$ (rys. 3).

Wielkość iloczynu, a więc ilość miejsc w odczytanym na suwaku wyniku, zależy w zasadzie od sumy logarytmów liczb wchodzących w działanie.

Praktycznie jednak tę ilość miejsc wyznaczamy z sumy ilości miejsc, jaką posiadają oba czynniki, oraz z sumy mantys tych czynników, a więc:

1) jeżeli przy odczytywaniu wyniku mnożenia przesuwka wysunięta jest na prawo (rys. 13), oznacza to, że suma mantys czynników jest mniejsza od jedności, trzeba więc zgodnie z zasadami obliczania cech logarytmów, od sumy ilości miejsc odjąć 1;

2) przy przesunięciu przesuwki w lewo (rys. 14) suma mantys jest większa od 1, a zatem ilość miejsc iloczynu równa się sumie miejsc poszczególnych czynników.



Rys. 15. Mnożenie liczb przy użyciu „10" podziałki *B*

W tym przypadku należy jedynie udowodnić, że korzystając z „10" ruchomej podziałki *B*, jako początku skali, odczytujemy istotnie prawidłowy wynik mnożenia: $x \cdot y = z$; jako $\lg x + \lg y = \lg z$ (patrz rys. 15).

Jeśli nad liczbą x ustawiamy kreskę „10" podziałki *B* i pod punktem y tej podziałki znajdujemy na podziałce *A* pewną wartość w, wówczas

$$\lg w = \lg x - (\lg 10 - \lg y)$$

$$\lg w = \lg x + \lg y - \lg 10$$

$$\lg w + \lg 10 = \lg x + \lg y$$

a że

$$\lg z = \lg x + \lg y$$

więc

$$\lg z = \lg w + \lg 10$$

czyli

$$\lg z = \lg (10 \cdot w)$$

skąd

$$z = 10\ w$$

co oznacza, że wielkość w, chociaż jest 10-krotnie mniejsza od iloczynu z, jest jednak wskazaniem prawidłowym dlatego, iż na suwaku nie odczytujemy wartości bezwzględnej, lecz tylko kolejność i wielkość cyfr w liczbie, jak to pokazano na rysunku 9.

c) Mnożenie kilku liczb

Gdy mnożymy kilka liczb, wówczas nie odczytujemy pośrednich iloczynów, lecz tylko wynik końcowy, przy czym wartość tego iloczynu obliczamy z sumy miejsc wszystkich czynników, pomniejszonej o tyle jedności, ile razy przesuwka wysunięta była na prawo.

Przykład. $16 \cdot 5{,}4 \cdot 0{,}75 = 64{,}8$.

Mnożymy w sposób znany 16 przez 5,4 przy użyciu podziałki A i B i nie odczytując wyniku, który wskazuje kreska okienka, ustawiamy pod nią „10" (dla innych przykładów może być „1") podziałki B. Następnie przesuwamy kreskę okienka w miejsce „75" podziałki B i na podziałce A pod kreską okienka odczytujemy „648".

Określamy teraz wartość iloczynu:

1) suma miejsc czynników wynosi $+2+1+0=+3$,

2) przesuwka w czasie liczenia była przesuwana jeden raz na prawo należy więc od sumy miejsc odjąć 1; $3-1=2$ miejsca,

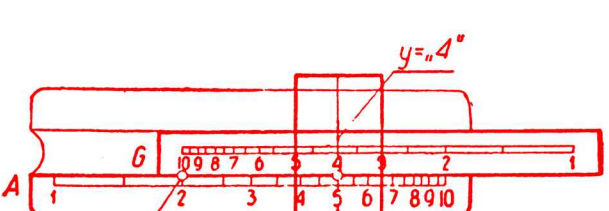
3) szukany iloczyn wynosi: „648" = 64,8.

Zadania: 1) $745 \cdot 82{,}1 \cdot 0{,}07 = 4280$; 2) $0{,}025 \cdot 0{,}74 \cdot 8{,}92 = 0{,}165$; 3) $27{,}4 \cdot 0{,}183 \cdot 349 = 1745$; 4) $832{,}4 \cdot 109 \cdot 0{,}02 = 1814$.

d) Użycie podziałek A i G

Przy pomocy podziałki A oraz podziałki G, na której wartości oznaczeń wzrastają od strony prawej ku lewej, tj. odwrotnie aniżeli na podziałkach A i B (rys. 16), możemy mnożyć z taką samą dokładnością jak przy użyciu podziałek A i B, z tym nawet udogodnieniem, że nie potrzeba zastanawiać się nad tym, czy przesuwkę wysunąć na prawo czy też na lewo. Po prostu (dla przykładu: $x \cdot y = z$; $5 \cdot 4 = 20$) nad liczbą x

(w przykładzie „5"), wyszukaną na podziałce A, ustawiamy kreskę okienka, po czym przesuwamy przesuwkę tak, aby liczba y (4) podziałki G znalazła się również pod kreską okienka; wynik z (20) odczytujemy pod „1" lub „10" przesuwki na podziałce A.



Rys. 16. Użycie podziałki odwrotnej G do mnożenia

Jeśli przesuwka wysunięta jest na prawo, iloczyn posiada tyle miejsc, ile wynosi suma miejsc czynników. Jeśli na lewo — o jedno miejsce mniej (odwrotnie aniżeli przy użyciu podziałek A i B)

Użycie podziałki G przy wykonywaniu mnożenia kilku liczb znacznie zwiększa szybkość znajdywania wyniku.

Zadania: Sprawdź używając podziałek A i G:
1) $231 \cdot 3.42 = 790$; 2) $0{,}196 \cdot 47{,}2 = 9{,}25$; 3) $9{,}37 \cdot 0{,}0523 = 0{,}49$
4) $823 \cdot 2{,}81 = 2310$; 5) $6{,}23 \cdot 79{,}5 = 495$.

e) Użycie podziałek C i D

Mnożenie wykonywać można również przy pomocy podziałek C i D. Sposób liczenia jest taki sam jak przy użyciu podziałek A i B. Zwrócić należy tylko uwagę, że podziałki C i D na swej długości mają dwie identyczne połowy: lewą i prawą (rys. 7) Każda z nich jest odrębną podziałką logarytmiczną, posiadającą tę samą skalę. Przy mnożeniu posiłkujemy się lewymi połowami (choć można tak samo i prawymi) ze względu na to, aby w przypadku, gdy suma mantys logarytmów liczb mnożonych jest większa od 1, można było odczytać iloczyn na połowie prawej.

Ponieważ podziałki C i D mają na swej długości podziałki logarytmiczne (zakres od 1 do 10) podane w skali dwa razy mniejszej aniżeli skala podziałek A i B, zatem i dokładność mnożenia na podziałkach C i D jest mniejsza aniżeli przy użyciu podziałek A i B.

3. Dzielenie

a) Technika dzielenia i odczytywanie wyniku

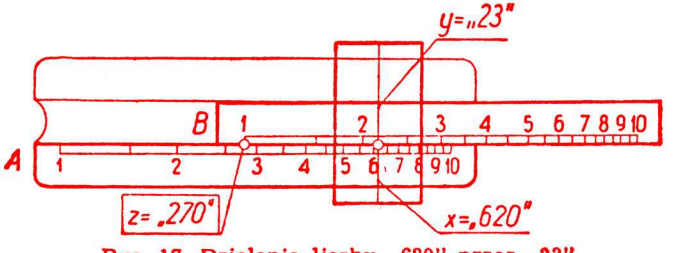
1) Dzielenie typu $x : y = z$ (np. $620 : 23 = 27$) odbywa się na ogół przy użyciu podziałek A i B (rys. 17);

2) na podziałce A znajdujemy przy pomocy kreski okienka dzielną x (620);

3) podziałkę B przesuwamy tak, aby pod kreską ustawionego okienka znalazł się dzielnik (liczba) y (23);

4) pod „1" lub „10" przesuwki odczytujemy na podziałce A wynik z (27);

5) wartość ilorazu ustalamy z różnicy ilości miejsc dzielnej i dzielnika, przy czym, jeśli przesuwka wysunięta jest na prawo, wówczas do różnicy należy dodać 1, jeśli natomiast przesuwka wysunięta jest na lewo, różnica miejsc pozostaje bez zmiany.



Rys. 17. Dzielenie liczby „620" przez „23"

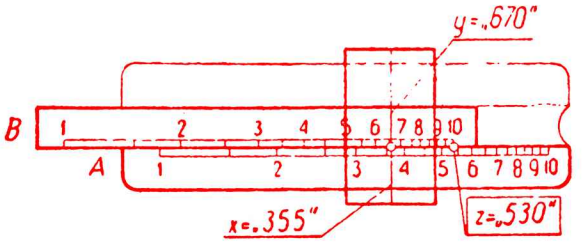
Uwaga

Gdy dzielimy „10" podziałki A przez jakąkolwiek liczbę, wówczas (mimo że przesuwka wysunięta jest na prawo) przy obliczeniu wartości ilorazu do różnicy ilości miejsc dzielnej i dzielnika nie dodajemy 1.

Przykład 1. $620 : 0{,}23 = 2700$; (rys. 17), 620 (+ 3 miejsca); 0,23 (0 miejsc); przesuwka wysunięta na prawo (+ 1 miejsce). **Razem:** $+3 - 0 + 1 = 4$ miejsca; **a zatem** „27" = 2700.

Przykład 2. 3,55 : 67 = 0,053; (rys. 18), 3,55 (+ 1 miejsce); 67 (+ 2 miejsca); przesuwka wysunięta na lewo — 0 miejsc; razem + 1 — (+ 2) + + 0 = − 1 miejsce, a więc „53" = 0,053

Zadania:
1) 4637 : 283 = 16,4; 2) 0,672 : 82,3 = 0,00816; 3) 52,5 : 275 = 0,191; 4) 2,55 : 0,4 = 6,37.



Rys. 18 Dzielenie liczby „355" przez „670"

b) Podstawy teoretyczne *)

Zarówno dzielenie, jak i mnożenie wykonujemy posługując się tymi samymi podziałkami *A* i *B* (bądź *A* i *G*); polega ono na odejmowaniu odcinków, które są proporcjonalne do mantys logarytmów reprezentowanych liczb. Zasada ta wynika z własności logarytmowania ilorazu:

$$x : y = z$$

$$\lg (x : y) = \lg z$$

$$\lg x - \lg y = \lg z$$

oznaczając $\lg x = a$, $\lg y = b$, $\lg z = c$ otrzymamy:

$$a - b = c$$

Wielkość ilorazu, a więc ilość miejsc w odczytanym na suwaku wyniku, zależy od różnicy logarytmów liczb wchodzących w działanie. Praktycznie — tę ilość miejsc wyznaczamy z różnicy ilości miejsc, jaką posiadają dzielna i dzielnik, oraz z różnicy mantys tychże.

1) jeśli mantysa dzielnej jest większa od mantysy dzielnika, wówczas wynik odejmowania wskazuje „1" przesuwki;

2) aby udowodnić natomiast, że w wypadku, gdy mantysa dzielnej jest mniejsza od mantysy dzielnika, odczytany pod

„10" podziałki B wynik w jest ilorazem danych liczb $x : y$ (rys. 19), napiszemy:

$$\lg w = \lg x + (\lg 10 - \lg y)$$

$$\lg w = \lg x + \lg 10 - \lg y$$

$$\lg w - \lg 10 = \lg x - \lg y$$

a że $$\lg z = \lg x - \lg y$$

więc $$\lg w - \lg 10 = \lg z$$

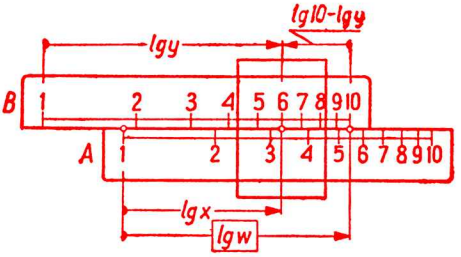
skąd

$$\lg \frac{w}{10} = \lg z$$

$$\frac{w}{10} = z$$

czyli

$$w = 10\,z$$

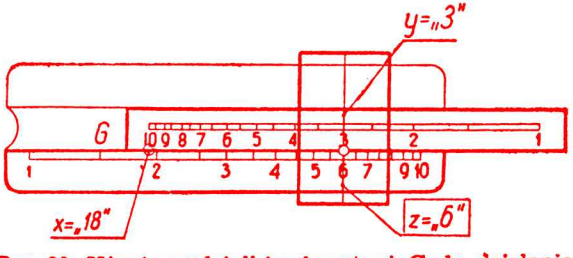


Rys. 19. Odczytywanie wyniku dzielenia liczb, pod „10" podziałki B

Oznacza to, jak i przy mnożeniu, że odczytana na suwaku wielkość w jest, po uwzględnieniu ilości miejsc, wartością ilorazu z.

c) Użycie podziałek A i G

Nad dzielną x (przykład $x : y = z$; $18 : 3 = 6$; rys. 20), znalezioną na podziałce A, ustawiamy „1" lub „10" przesuwki



Rys. 20. Użycie podziałki odwrotnej G do dzielenia

i następnie przesuwamy okienko w ten sposób, aby pod kreską znalazła się na podziałce zwrotnej G liczba p r z e d s t a w i a-

jąca dzielnik y (3) i pod tą kreską na podziałce A odczytujemy iloraz z (6). Ilość miejsc ilorazu obliczamy odwrotnie do zasady wyrażonej w punkcie a) 5.

d) Użycie podziałek C i D

Do wykonywania dzielenia można używać również podziałek C i D, stosując te same zasady co przy użyciu podziałek A i B. Wynik obliczeń jest jednak mniej dokładny aniżeli przy posiłkowaniu się podziałkami A i B, jak to wyjaśniono w punkcie 2 e.

e) Obliczanie ułamków

Wyrażenie ułamkowe typu $\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$ najszybciej obliczamy wykonując na przemian najpierw dzielenie, potem mnożenie itd., w sposób następujący: $[(a : c) \cdot b] : d$, przy czym częściowych wyników nie odczytujemy. Ilość miejsc obliczamy zachowując podane przy dzieleniu i mnożeniu prawidła.

Przykład. $\frac{42{,}3 \cdot 743}{0{,}13 \cdot 49{,}2} = 4930$, gdyż licznik posiada 5 miejsc dodatnich, mianownik 2 miejsca dodatnie, a z działań wynika:

1) dzielenie $42{,}3 : 0{,}13$ — przesuwka wysunięta na prawo, więc dodatkowo + 1 miejsce,

2) mnożenie $(42{,}3 : 0{,}13) \cdot 743$ — przesuwka wysunięta na lewo, więc dodatkowo 0 miejsc,

3) dzielenie $[(42{,}3 : 0{,}13 \cdot 743)] : 49{,}2$ — przesuwka wysunięta na lewo więc dodatkowo 0 miejsc,

4) ostatecznie wynik posiadać będzie $5 - 2 + 1 + 0 + 0 = 4$ miejsca, a zatem „493" = 4930.

Zadania: 1) $\frac{15{,}35 \cdot 84}{722} = 1{,}78$; 2) $\frac{6{,}13 \cdot 0{,}46}{0{,}855 \cdot 7{,}75} \approx 0{,}426$.

f) Odwrotności liczb

Odwrotności liczb znajdujemy posiłkując się podziałkami B i G (rys. 21).

Jak to powiedziano już na wstępie, podziałka G jest odwróconą podziałką B w ten sposób, że wartości oznaczeń wzrastają od prawej strony ku lewej, należy więc przy odczytywaniu zwrócić na to baczną uwagę.

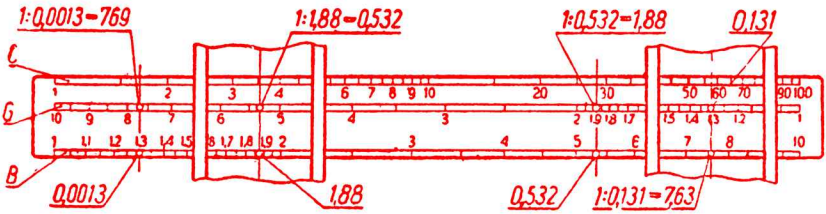
*) Z własności podziałek logarytmicznych wynika, że odpowiadające sobie na obu podziałkach B i G liczby x i z są wzajemnymi odwrotnościami, gdyż, jak widać z rys. 22

$$\lg x + \lg z = \lg 10$$

Stąd wynika, że

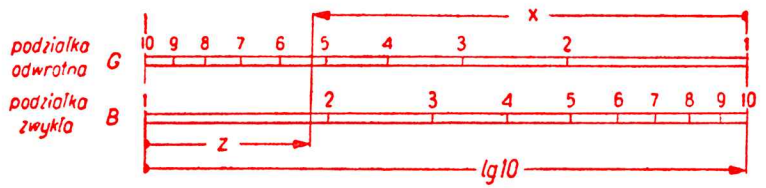
$$x\,z = 10, \text{ czyli } \frac{1}{x} = \frac{z}{10}$$

a ponieważ na suwaku nie odczytujemy wartości liczb bezwzględnych, więc liczba z jest odwrotnością liczby x i na odwrót liczba x jest odwrotnością liczby z. *)



Rys 21. Obliczanie odwrotności liczb przy pomocy podziałki odwrotnej G

Jeśli mamy znaleźć odwrotność liczby danej, to wyszukujemy tę liczbę kreską okienka na podziałce B i pod kreską na podziałce G odczytujemy wynik (rys. 21). Można czynić również i odwrotnie: wyszukując kreską okienka daną liczbę na podziałce G, a odwrotności odczytać na podziałce B.



Rys. 22. Zależność odpowiadających sobie liczb na podziałkach B i G

Wartość wyniku ustalamy w sposób następujący:

1) Jeśli znajdujemy odwrotność liczby większej od jedności, to wynik posiada tyle zer przed pierwszą cyfrą znaczącą, ile miejsc całkowitych posiada liczba.

Przykład 1. Odwrotność liczby 1,88 (rys. 21) wynosi 0,532, gdyż liczba 1,88 ma jedno miejsce całkowite, a więc „532" = 0,532.

Przykład 2. Odwrotność liczby 7,63 wynosi 0,131 (rys. 21), gdyż 7,63 ma jedno miejsce całkowite, więc „131" = 0,131.

Przykład 3. Odwrotność liczby 250 wynosi 0,004, gdyż 250 ma 3 miejsca całkowite, więc „4" = 0,004.

2) Jeśli natomiast znajdujemy odwrotność liczby mniejszej od 1 (ułamek dziesiętny), wówczas wynik posiada tyle miejsc całkowitych, ile jest w danej liczbie zer na początku przed pierwszą cyfrą znaczącą.

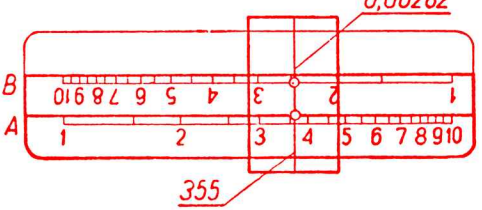
Przykład 1. Odwrotność liczby 0,532 wynosi 1,88 (rys. 21), gdyż liczba 0,532 ma jedno zero, więc „188" = 1,88 (jedno miejsce całkowite).

Przykład 2. Odwrotność liczby 0,0013 wynosi „769" = 769, gdyż liczba 0,0013 ma na początku trzy zera, więc wielkość „769" ma trzy miejsca całkowite.

Zadania: 1) 1 : 476 = 0,0021; 2) 1 : 0,0715 = 14; 3) 1 : 1,07 = 0,934;

Uwaga 1

Jest wiele suwaków, które nie mają podziałki *G*, wówczas dla obliczania odwrotności liczb radzimy sobie w sposób następujący:



Rys. 23. Zastosowanie podziałki *B* jako podziałki odwrotności

1) wysuwamy przesuwkę z suwaka;

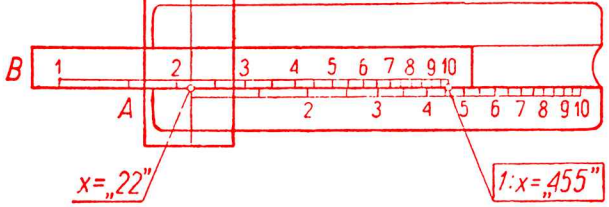
2) przekręcamy ją w tej samej płaszczyźnie o kąt 180°;

3) wkładamy do korpusu suwaka (rys. 23) i wówczas dokonujemy przeliczeń jak poprzednio. Odwrócona podziałka *B* spełnia bowiem rolę podziałki *G*.

Uwaga 2

Jeśli suwak nie posiada podziałki odwrotnej *G*, wówczas:

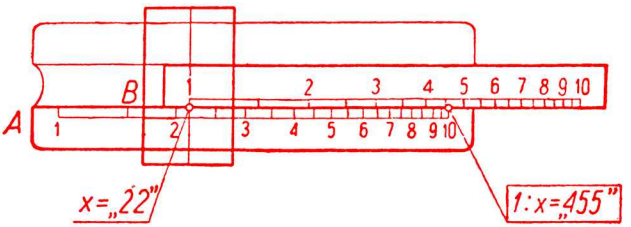
1) odwrotność liczby danej x znajdujemy wykonując normalne dzielenie $1 : x$ przy pomocy podziałek *A* i *B*. Na rysunku 24 podano przy-



Rys. 24. Obliczanie odwrotności liczb przy pomocy podziałek *A* i *B*

kład $1 : 22 = 0{,}0455$. (Nad „1" podziałki A stawiamy liczbe $x =$ „22" z podziałki B i pod „10" podziałki B na podziałce A odczytujemy wynik $1 : x = 0{,}0455$. Ilość miejsc obliczamy według prawideł dzielenia).

2) Odwrotność liczby danej $x = 22$ znajdujemy stawiając „1" podziałki B nad liczbą $x = 22$ wyszukaną na podziałce A i odczytując nad „10" tejże podziałki na podziałce B wielkość $1 : x = 0{,}0455$ (rys. 25).



Rys. 25. Obliczanie odwrotności liczb przy pomocy podziałek A i B

4. Podnoszenie do kwadratu

Kwadraty dowolnych liczb obliczamy przy pomocy podziałek A i D (rys. 26). Podziałka kwadratów D (podobnie jak podziałka C) posiada dwie identyczne połowy przedstawiające zakres cyfr od 1 do 10 (często prawa połowa podziałki D i C ma nadrukowane liczby od 10 do 100); jest ona podziałką logarytmiczną o skali dwa razy mniejszej aniżeli skala podziałki A.

*) Wielkość skali wynika z zasad logarytmowania liczb potęgowanych, a mianowicie, jeśli

$$a^2 = b$$

to

$$2 \lg a = \lg b$$

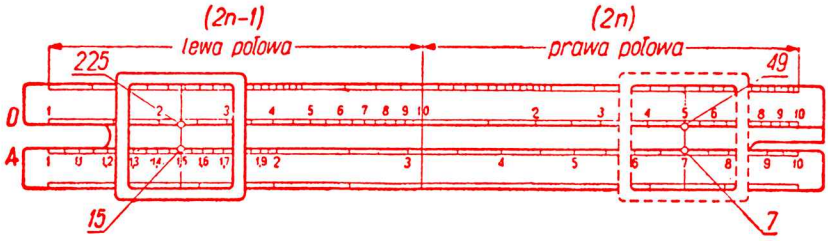
oraz

$$\lg a = \frac{\lg b}{2}$$

co oznacza, że skala podziałki logarytmicznej kwadratów musi być 2 razy mniejsza aniżeli skala podziałki liczb potęgowanych *).

Aby odnaleźć kwadrat dowolnej liczby x, wyszukujemy ją przy pomocy kreski okienka na podziałce A i pod tą kreską odczytujemy wynik na podziałce D. Jeśli znajdzie się on na lewej połowie podziałki D, wówczas kwadrat posiada ilość miejsc

równą podwojonej ilości miejsc liczby potęgowanej mniej jedność $(2n - 1)$, gdzie n oznacza ilość miejsc liczby potęgowanej (np. $15^2 = 225$). Jeżeli natomiast kwadrat odczytujemy na prawej części podziałki D, wówczas ilość miejsc wyniku równa się podwójnej ilości miejsc liczby potęgowanej $2n$ (np. $7^2 = 49$), rys. 26.



Rys. 26. Obliczanie drugiej potęgi i wyszukiwanie pierwiastka drugiego stopnia

Przykłady:

1) $190^2 = 36100$; $(2 \cdot 3 - 1) = 5$ miejsc, gdyż 190 ma 3 miejsca, a wynik odczytano na lewej połowie podziałki D.

2) $6{,}1^2 = 37{,}2$ $(2 \cdot 1) = 2$ miejsca. Nie odejmuje się 1, gdyż wynik odczytano na prawej połowie. Liczba 6,1 ma 1 miejsce.

3) $0{,}265^2 = 0{,}0702$; $(2 \cdot 0 - 1) = -1$ miejsce (lewa połowa).

4) $0{,}048^2 = 0{,}0023$; $[2 \cdot (-1)] = -2$ miejsca (prawa połowa).

Zadania: 1) $24{,}1^2 = 581$; 2) $0{,}94^2 = 0{,}884$; 3) $10{,}44^2 = 109$.

5. Obliczanie pierwiastka kwadratowego

Obliczanie pierwiastka kwadratowego jest działaniem odwrotnym potęgowania. A zatem używa się i w tym wypadku podziałek D i A, jak to przedstawiono na rys. 26 ($\sqrt{225} = 15$; $\sqrt{49} = 7$). Kierujemy się przy tym następującymi prawidłami:

1) Liczbę podpierwiastkową dzielimy, począwszy od przecinka dziesiętnego, na prawo i na lewo, na grupy dwucyfrowe, np.: 1|27; 42,|3; 2,|32|4; 0,|00|07|3, z czego widać, że pierwsza i ostatnia grupa mogą mieć jedną lub dwie cyfry.

2) Jeżeli pierwsza od lewej strony grupa cyfr znaczących ma tylko jedności (np. 3|43; 0,|07|4), to liczbę podpierwiast-

kową wyszukujemy kreską okienka w lewej połowie podziałki D i wynik odczytujemy u dołu na podziałce A.

3) Jeżeli zaś pierwsza od lewej strony grupa cyfr znaczących zawiera dziesiątki (np. 42|34; 0,|80|3; 32,|4), to liczbę podpierwiastkową nastawiamy na prawej połowie podziałki D i wynik odczytujemy również na podziałce A.

4) Ilość miejsc pierwiastka określają odpowiednio grupy cyfrowe liczby podpierwiastkowej:

a) pierwiastek liczby większej lub równej 1 posiada tyle miejsc dodatnich, ile grup cyfrowych posiada liczba podpierwiastkowa:

Przykłady:

1) $\sqrt{2500} = \sqrt{25|00} = 50;$ (1)(1) (2)

2) $\sqrt{90000} = \sqrt{9|00|00} = 300;$ (1)(1)(1) (3)

3) $\sqrt{4,4} = 2,1$ (1) (1)

b) pierwiastek liczby mniejszej od jedności posiada na początku tyle zer, ile grup zerowych posiada liczba podpierwiastkowa:

Przykłady:

1) $\sqrt{0,25} = \sqrt{0,|25} = 0,5;$ (0) (0)

2) $\sqrt{0,092} = \sqrt{0,|09|2} = 0,303;$ (0) (0)

3) $\sqrt{0,0081} = \sqrt{0,|00|81} = 0,09;$ (0)(0) (0)(0)

4) $\sqrt{0,0092} = \sqrt{0,|00|92} = \overline{0,096}$ (0)(0) (0)(0)

Zadania:

1) $\sqrt{525} = 22,9$

2) $\sqrt{1,7} = 1,3$

3) $\sqrt{0,08} = 0,283$

4) $\sqrt{0,00249} = 0,0499$

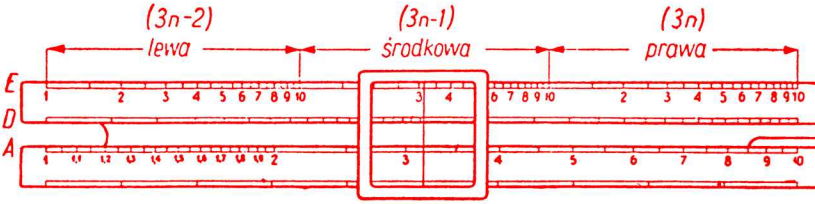
6. Podnoszenie do trzeciej potęgi

Trzecią potęgę dowolnej liczby obliczamy przy pomocy podziałek A i E. Podziałka E zawiera trzy równe części: lewą, środkową i prawą. Każda część posiada zakres liczb od 1 do 10 analogicznie jak podziałka A, tylko w skali 3 razy mniejszej, jak to już wyjaśniono poprzednio. (Często lewa część podziałki E posiada zakres liczb od 1 do 10, środkowa część od 10 do 100, a prawa od 100 do 1000).

Aby obliczyć trzecią potęgę dowolnej liczby:

1) wyszukujemy daną liczbę kreską okienka na podziałce A i

2) pod kreską na podziałce E odczytujemy trzecią potęgę (rys. 27),



Rys. 27. Odczytywanie trzeciej potęgi i wyszukiwanie pierwiastka trzeciego stopnia

3) ilość miejsc znalezionej trzeciej potęgi równa się:

a) gdy odczytujemy wynik na lewej części podziałki E — potrójnej ilości miejsc liczby potęgowanej, zmniejszonej o 2 $(3n - 2)$, gdzie n — ilość miejsc liczby potęgowanej,

b) gdy odczytujemy wynik na środkowej części podziałki E — potrójnej ilości miejsc liczby potęgowanej, zmniejszonej o 1, $(3n - 1)$,

c) gdy odczytujemy wynik na prawej części podziałki E — potrójnej ilości miejsc liczby potęgowanej $(3n)$.

Przykłady:

1) $13^3 = 2200$ (lewa część)
$(3 \cdot 2 - 2) = (4)$ miejsca

2) $0{,}28^3 = 0{,}022$ (środkowa część)
$(3 \cdot 0 - 1) = (-1)$ miejsce

3) $8{,}1^3 = 530$ (prawa część)
$(3 \cdot 1) = (3)$ miejsca

4) $961^3 = 888000000$
$(3 \cdot 3) = (9)$ miejsc

Zadania:

1) $22^3 = 10650$; 2) $42^3 = 74000$, 3) $71^3 = 358000$;

7. Obliczanie pierwiastka sześciennego

Aby wyciągnąć pierwiastek sześcienny, postępujemy odwrotnie aniżeli przy potęgowaniu, używając tych samych podziałek E i A (rys. 27) Mianowicie kreską okienka wyszukujemy na podziałce E liczbę podpierwiastkową, a wynik odczytujemy u dołu pod kreską na podziałce A.

Zagadnienie, w której części podziałki E (lewej, środkowej czy prawej) należy umiejscowić daną liczbę podpierwiastkową, rozstrzygamy w sposób następujący:

1) liczbę podpierwiastkową dzielimy, poczynając od przecinka dziesiętnego na prawo i na lewo na grupy trzycyfrowe, np. $48745 = 48|745$; $23{,}3481 = 23{,}|348|1$; $0{,}65 = 0{,}|650$;

2) jeżeli pierwsza od lewej strony grupa cyfr znaczących zawiera:

a) tylko jedności, to nastawiamy liczbę w lewej części podziałki E, np. $3|471$; $0{,}|008|28$;

b) tylko dziesiątki i jedności, to nastawiamy na środkowej części, np. $72{,}|31$; $0{,}|080|5$;

c) setki, to nastawiamy liczbę podpierwiastkową na prawej części podziałki E, np. 321; $0{,}|497|2$; $0{,}|72 = 0{,}|720$;

3) a) ilość miejsc pierwiastka liczby równej lub większej od jedności równa się ilości grup trzycyfrowych na lewo od przecinka w liczbie podpierwiastkowej.

Przykłady: 1) $\sqrt[3]{15625} = \sqrt[3]{15|625} = 25$; (1) (1) (2) 2) $\sqrt[3]{9{,}25} = \sqrt[3]{9{,}|25} = 2{,}1$; (1) (1)

Zadania: 1) $\sqrt[3]{2{,}7} = 1{,}39$; 2) $\sqrt[3]{26} = 2{,}96$; 3) $\sqrt[3]{148} = 5{,}29$;

b) pierwiastek liczby mniejszej od jedności posiada na początku tyle zer, ile grup zerowych posiada liczba podpierwiastkowa.

Przykłady: 1) $\sqrt[3]{0{,}022} = \sqrt[3]{0{,}|022} = 0{,}28$; (0) (0) 2) $\sqrt[3]{0.0041} = \sqrt[3]{0.|004\,1} = 0.16$. (0)

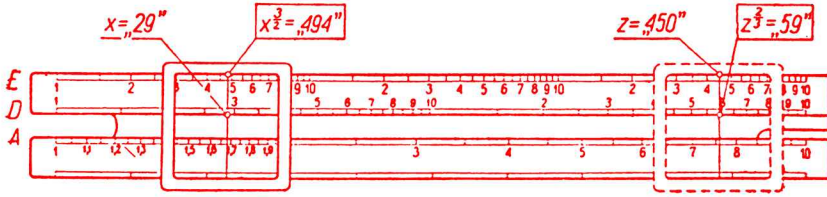
3) $\sqrt[3]{0{,}000027} = \sqrt[3]{0{,}|000|027} = 0{,}03$ (0) (0) (0)(0)

Zadania: 1) $\sqrt[3]{0{,}04} = 0{,}34$; 2) $\sqrt{0{,}4} = 0{,}737$; 3) $\sqrt[3]{0{,}912} = 0{,}966$;

8. Obliczanie potęg $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{2}$

Przy pomocy podziałek D i E obliczyć możemy wartość dowolnej liczby podniesionej do potęgi $\frac{2}{3}$ lub $\frac{3}{2}$. W tym celu wyszukawszy kreską okienka na podziałce D daną liczbę x, znajdujemy pod tą kreską na podziałce E jej wartość $x^{\frac{2}{3}}$

i odwrotnie — wyszukawszy kreską okienka na podziałce E liczbę z znajdujemy pod tą kreską na podziałce D wartość $z^{\frac{2}{3}}$



Rys. 28. Obliczanie potęg $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{2}$

Rys. 28 podaje przykład: $2{,}9^{\frac{3}{2}} = 4{,}94$ ($x = 2{,}9$; $x^{\frac{3}{2}} = 4{,}94$) oraz $450^{\frac{2}{3}} = 59$ ($z = 450$; $z^{\frac{2}{3}} = 59$)

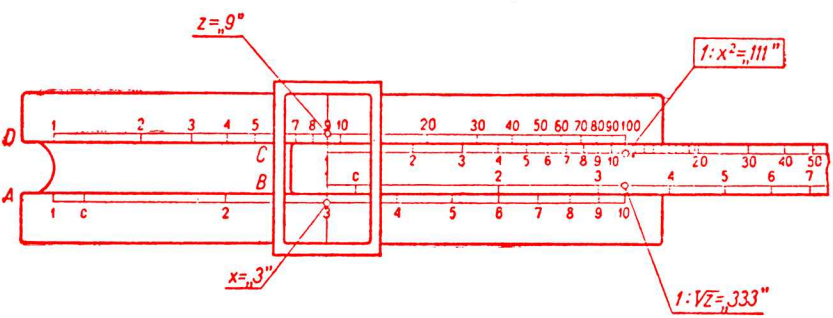
Zadania: 1) $4{,}2^{\frac{3}{2}} = 8{,}6$; 2) $18{,}4^{\frac{3}{2}} = 79$; 3) $0{,}63^{\frac{3}{2}} = 0{,}5$; 4) $210^{\frac{3}{2}} = 305$

Zadania: 1) $4{,}5^{\frac{2}{3}} = 2{,}74$; 2) $37^{\frac{2}{3}} = 11{,}1$; 3) $260^{\frac{2}{3}} = 41{,}0$; 4) $0{,}42^{\frac{2}{3}} = 0{,}56$

9. Odwrotności drugiej potęgi i odwrotności pierwiastka kwadratowego

1) Odwrotność typu $1 : x^2$ obliczamy w ten sposób, że „1" podziałki B ustawiamy nad „x" podziałki A i pod „100" podziałki D na podziałce C odczytujemy wynik.

Rys. 29 podaje przykład $1 : x^2 = 1 : 3^2 = 0{,}111$.



Rys. 29. Obliczanie odwrotności drugiej potęgi i odwrotności pierwiastka kwadratowego

2) Odwrotność typu $1 : \sqrt{z}$ znajdujemy w ten sposób, że „1" podziałki C ustawiamy pod „z" podziałki D i nad „10"

podziałki A na podziałce B odczytujemy wartość wyrażenia $1 : \sqrt{z}$.

Na rysunku 29 podano przykład $1 : \sqrt{z} = 1 : \sqrt{9} = 0{,}333$.

Zadania: 1) $1 : 1{,}9^2 = 0{,}278$; 2) $1 : 83^2 = 0{,}0000145$; 3) $1 : 0{,}6^2 = 2{,}78$

Zadania: 1) $1 : \sqrt{2} = 0{,}707$; 2) $1 : \sqrt{63{,}2} = 0{,}1255$; 3) $1 : \sqrt{0{,}41} = 1{,}561$

10. Działania złożone

Przykłady obliczania różnych wyrażeń algebraicznych:

a) Kwadrat iloczynu $z = (xy)^2$

Mnożymy obie liczby przy pomocy podziałek A i B. Wynik odczytujemy pod kreską okienka na podziałce D.

Np. $(4{,}3 \cdot 0{,}72)^2 = 9{,}6$; $(166 \cdot 0{,}322)^2 = 2850$.

b) Pierwiastek kwadratowy z iloczynu $z = \sqrt{xy}$

Mnożymy obie liczby przy pomocy podziałek C i D (przy czym lewe części podziałek C i D odnoszą się do liczb posiadających nieparzystą ilość miejsc, a prawe części do liczb posiadających parzystą ilość miejsc). Wynik odczytujemy pod kreską okienka na podziałce A.

Np. $\sqrt{3{,}12 \cdot 0{,}83} = 1{,}61$; $\sqrt{173 \cdot 2{,}1} = 19{,}1$.

c) Wyrażenie typu $z = x^2y$

„1" lub „10" podziałki B (przesuwki) ustawiamy nad liczbą x podziałki A. Kreską okienka wyszukujemy na podziałce C wielkość y i to w ten sposób, że o ile liczba y ma nieparzystą ilość miejsc, to na lewej części podziałki C, a jeżeli liczba y ma parzystą ilość miejsc, wówczas na prawej części podziałki C. Pod kreską na podziałce D znajdujemy wielkość z.

Przykład 1. $2{,}13^2 \cdot 6{,}3 = 29{,}9$. Ustawiamy „1" podziałki B nad „213" podziałki A.

Kreską okienka wyszukujemy na podziałce C wielkość „6,3" i nad tą wartością na podziałce D odczytujemy „286". Po uwzględnieniu reguł potęgowania i mnożenia ustalamy, iż „286" = 28,6.

Przykład 2. $81{,}5^2 \cdot 0{,}75 = 4980$.

Postępujemy jak w przykładzie 1, z tym tylko zastrzeżeniem, że zamiast „1" podziałki B ustawiamy „10" podziałki B nad „815" podziałki A.

Zadania: 1) $0{,}27^2 \cdot 3{,}2 = 0{,}234$; 2) $425^2 \cdot 3{,}75 = 680000$;
3) $51{,}3^2 \cdot 62 = 164000$; 4) $74{,}51^2 \cdot 0{,}82 = 4550$.

d) Wyrażenie typu $z = x^2 : y$

Kreską okienka wyszukujemy liczbę x na podziałce A. Pod kreskę podsuwamy liczbę y wyszukaną na odpowiedniej części podziałki C. Wynik odczytujemy nad „1" lub „10" przesuwki na podziałce D.

Przykład. $31{,}5^2 : 51{,}2 = 19{,}4$.

Wyszukujemy kreską okienka na podziałce A miejsce „315". Pod tę kreskę podsuwamy „51,2" podziałki C i wówczas nad „1" przesuwki na podziałce D odczytujemy „194", co stanowi 19,4.

Zadania: 1) $2{,}8^2 : 0{,}6 = 13{,}1$; 2) $68{,}1^2 : 2{,}3 = 2020$; 3) $6{,}8^2 : 0{,}3 = 154{,}1$.

e) Wyrażenie typu $z = x : y^2$

Wyszukujemy liczbę x kreską okienka na podziałce D. Pod kreskę podsuwamy liczbę y wyszukaną na podziałce B. Wynik odczytujemy nad „1" lub „10" przesuwki na podziałce D.

Przykład. $23{,}5 : 14{,}3^2 = 0{,}1145$.

Ustawiamy kreskę okienka „23,5" podziałki D. Podsuwamy pod tę kreskę „14,3" podziałki B i nad końcem przesuwki na podziałce D odczytujemy wynik „1145", co stanowi po uwzględnieniu odpowiednich zasad obliczeń 0,1145.

Zadania: 1) $20{,}1 : 0{,}8^2 = 31{,}6$; 2) $0{,}93 \cdot 0{,}42^2 = 5{,}28$; 3) $178 : 6{,}2^2 = 4{,}62$

f) Wyrażenie typu $z = x\sqrt{y}$

„1" lub „10" przesuwki ustawiamy pod liczbą y wyszukaną na podziałce D. Kreską okienka wyszukujemy na podziałce B liczbę x. Pod kreską okienka na podziałce A znajdujemy wartość z.

Przykład. $7{,}2 \cdot \sqrt{36{,}5} = 43{,}5$.

„10" podziałki C ustawiamy pod „36,5" podziałki D. Kreską okienka wyszukujemy na podziałce B miejsce „7,2", pod nim na podziałce A odczytujemy „435", co daje wynik ostateczny 43,5.

Zadania: 1) $2{,}2 \cdot \sqrt{6{,}8} = 5{,}75$; 2) $0{,}86 \cdot \sqrt{35{,}4} = 5{,}12$; 3) $0{,}71 \cdot \sqrt{565} = 16{,}9$

g) Kwadrat ilorazu $z = (x : y)^2$

Dzielimy normalnie używając podziałek A i B. Wynik odczytujemy na podziałce D nad „1" lub „10" przesuwki.

Przykłady: 1) $(2{,}18 : 60{,}5)^2 = 0{,}0013$; 2) $(39{,}5 : 0{,}23)^2 = 296000$.

h) Pierwiastek kwadratowy z ilorazu $z = \sqrt{x : y}$

Dzielenia dokonujemy na podziałkach C i D i wynik odczytujemy pod „1" lub „10" przesuwki na podziałce A. (Zwrócić należy baczną uwagę, iż lewych części podziałek

C i D używa się dla liczb o nieparzystych ilościach miejsc — a prawych dla liczb o parzystych ilościach miejsc).

Przykład. $\sqrt{322 : 20{,}1} = 4$ (Liczba 322 posiada nieparzystą ilość miejsc, więc znajdujemy ją na lewej części podziałki D. Liczba 20,1 ma parzystą ilość miejsc, więc wyszukujemy ją na prawej części podziałki C. Wynik odczytujemy pod „10" przesuwki na podziałce A).

Zadania: 1) $\sqrt{67{,}3 : 0{,}23} = 17{,}15$; 2) $\sqrt{3{,}28 \cdot 0{,}9} = 1{,}91$ (uwaga: liczba 0,9 ma parzystą ilość miejsc); 3) $\sqrt{0{,}07 : 12{,}1} = 0{,}761$.

i) Wyrażenie typu $z = \sqrt{x : y}$

Kreską okienka wyszukujemy na odpowiedniej części podziałki D liczbę x i pod tę kreskę podsuwamy liczbę y wyszukaną na podziałce B. Wynik odczytujemy pod „1" lub „10" przesuwki na podziałce A.

Zadania: 1) $\sqrt{6{,}31 : 12{,}5} = 0{,}201$; 2) $\sqrt{0{,}7 : 0{,}92} = 0{,}908$; 3) $\sqrt{83{,}5 : 2{,}23} = 4{,}09$.

j) Wyrażenie typu $z = x : \sqrt{y}$

Kreską okienka wyszukujemy na podziałce A liczbę x. Przesuwkę wysuwamy w ten sposób, aby liczba y z odpowiedniej części podziałki C trafiła pod kreskę. Wynik odczytujemy na podziałce A pod „1" lub „10" przesuwki.

Przykład. $82 : \sqrt{12} = 23{,}7$.

Kreską okienka wyszukujemy na podziałce A miejsce „82". Podsuwamy pod tę kreskę „12" podziałki C. Koniec przesuwki wskazuje na podziałce A miejsce „237", co daje w wyniku 23,7.

Zadania: 1) $8{,}1 : \sqrt{6} = 3{,}31$; 2) $25{,}2 : \sqrt{0{,}7} = 30$; 3) $0{,}072 : \sqrt{21{,}6} = 0{,}0155$

11. Logarytmowanie

a) Ogólne zasady

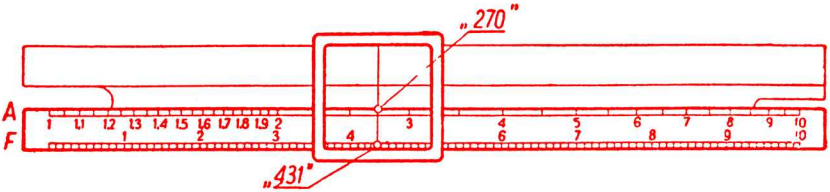
Do obliczania logarytmów dowolnych liczb, a raczej ich mantys, służą podziałki A i F, przy czym kreską szkiełka wyszukujemy daną liczbę na podziałce A i na podziałce F pod kreską odczytujemy mantysę.

Przykłady: 1) Znaleźć logarytm liczby 270 (rys 30); cecha = 2 (wg reguł logarytmowania) — mantysa 431 (z suwaka), a zatem $\lg 270 = 2{,}431$.

2) $\lg 0{,}093 = 2{,}968$; cecha = 2 (wg reguł logarytmowania), a mantysa = 968 (z suwaka).

Zadania: 1) $\lg 8{,}84 = 0{,}946$; 2) $\lg 0{,}47 = 1{,}672$.

Aby znaleźć liczbę, której logarytm jest znany, postępuje się odwrotnie: na podziałce F wyszukujemy kreską szkiełka mantysę i pod kreską szkiełka na podziałce A odczytujemy liczbę.



Rys. 30. Obliczanie mantysy logarytmowanej liczby

Przykład. lg $N = 1{,}828$; znaleźć N.

Kreską okienka na podziałce F znajdujemy miejsce „828", któremu odpowiada na podziałce A miejsce „673" Ponieważ cecha = 1, zatem zgodnie z prawidłami logarytmowania liczba N posiada 2 miejsca, tzn.: $N = 67{,}3$.

Zadania: 1) lg $N = 0{,}322$; $N = 2{,}1$ 2) lg $N = 3{,}671$; $N = 4690$

b) Zastosowanie

Przy pomocy logarytmów można obliczyć dowolną potęgę, opierając się na zasadzie, że

$$\lg a^n = n \lg a$$

Przykład 1. Jeżeli mamy obliczyć wartość wyrażenia $3{,}2^5$, to najpierw logarytmujemy dane wyrażenie lg $3{,}2^5 = 5$ lg 3,2, potem odszukujemy lg $3{,}2 = 0{,}505$, następnie mnożymy go przez wykładnik potęgi: $0{,}505 \cdot 5 = 2{,}525$ i z podziałki F dla mantysy 525 odczytuje się na podziałce A wielkość „335". Ponieważ cecha = 2, zatem szukana liczba wynosi 335, a więc $3{,}2^5 = 335$.

Przykład 2. Obliczyć wartość wyrażenia $0{,}625^{2{,}3}$; lg $0{,}625^{2{,}3} = 2{,}3$ lg 0,625, lg $0{,}625 = 1{,}796$; $2{,}3 \cdot 1{,}796 = 1{,}530$; dla mantysy „530" wyszukanej na podziałce F odczytujemy na podziałce A „34" Ponieważ cecha logarytmu wynosi $\bar{1}$, przeto szukana liczba wynosi 0,34; a zatem $0{,}625^{2{,}3} = 0{,}34$.

Zadania: 1) $12{,}3^{1{,}8} = 91{,}7$ 2) $0{,}081^{0{,}4} = 0{,}366$

Analogicznie obliczamy pierwiastki dowolnego stopnia, przyjąwszy, że $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Przykład. Obliczyć wartość wyrażenia $\sqrt[5]{470}$· logarytmujemy: lg $\sqrt[5]{470} = \lg 470^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$ lg $470 = \frac{1}{5} \cdot 2{,}672 = 0{,}534$; dla mantysy 534 odczytujemy na podziałce A wielkość „342", ponieważ cecha jest 0, zatem szukana liczba wynosi 3,42.

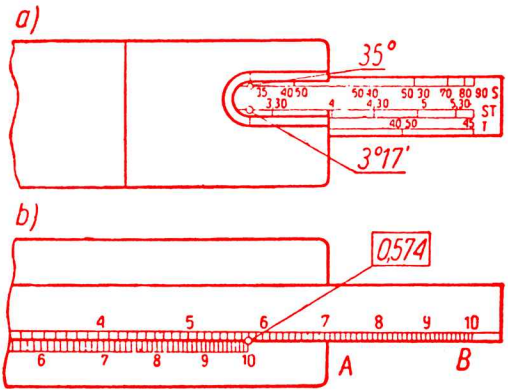
Zadania: 1) $\sqrt[1{,}6]{32} \doteq 8{,}73$; 2) $\sqrt[0{,}3]{0{,}52} = 0{,}113$;

12. Funkcje trygonometryczne

a) Funkcje sinus i cosinus

A. Aby obliczyć wartość funkcji sinus dla dowolnego kąta w zakresie od 5° 45′ do 90° (np. sinus 35°), należy:

1) obrócić suwak o 180° w ten sposób, aby jego spód skierowany był ku górze (rys. 31a);



Rys. 31. Obliczenie wartości funkcji sinus

2) wysunąć przesuwkę tak daleko, aby kreska podziałki „*S*" odpowiadająca danemu kątowi (35°) pokryła się z górną kreską umieszczoną na prawym wykroju spodu korpusu (tak zbudowana jest większość suwaków);

3) odwrócić suwak do normalnej pozycji (rys. 31b) i na podziałce *B* nad „10" skali *A* odczytać wynik „574". Wartość sin 35° = 0,574, gdyż wszystkie wartości sinusów odczytane na tej podziałce, tj. dla kątów od 5° 45′ do 90° są większe od 0,1 a mniejsze od 1.

B. Na podziałce „*S*" podane są kąty w zakresie od 5° 45′ do 90°. Natomiast kąty od 0° 40′ do 5° 45′ zawiera podziałka „*S.T*", tj. *podziałka sinusów i tangensów*, które dla małych kątów posiadają wartości b. bliskie. Gdy chcemy obliczyć np. sin 3° 17′, wówczas postępujemy jak poprzednio, z tą tylko różnicą, iż przesuwkę wysuwamy tak daleko, aż punkt 3° 17′

na podziałce „*S.T*" pokryje się z dolną kreską wykroju spodu korpusu i, odwróciwszy suwak, odczytujemy na podziałce *B* nad „10" podziałki *A* wielkość „574". Wartość sin 3° 17′ wynosi 0,0574, gdyż dla kątów od 0° 40′ do 5° 45′ wartości sinusów są większe od 0,01, a mniejsze od 0,1.

C. Wartość funkcji cosinus dowolnego kąta obliczamy uwzględniając zależność:

$$\cos \alpha = \sin (90° - \alpha)$$

Przykład. cos 35° = sin (90° — 35°) = sin 55°, a wartość sin 55° = 0,819 znajdujemy w sposób poprzednio podany.

Zadania: 1) sin 14°30′ = 0,25; 2) sin 79°20′ = 0,983;
3) cos 20°40′ = 0,936; 4) cos 69°10′ = 0,356.

Wartości funkcji sinus i cosinus dla kątów większych od 90° znajdujemy z zależności trygonometrycznych:

$$\sin (90° + \alpha) = \cos \alpha = \sin (90° - \alpha)$$
$$\cos (90° + \alpha) = -\sin \alpha$$

b) Funkcje tangens i cotangens

Gdy chcemy znaleźć wartość funkcji tangens dla kątów mniejszych aniżeli 5° 45′, to wyszukujemy ją posiłkując się podziałką „*S.T*", jak to podano już wyżej.

Dla kątów w zakresie od 5° 45′ do 45° (np. tg 11° 10′ posiłkujemy się podziałką „*T*" i wówczas postępujemy w sposób następujący:

1) odwracamy suwak spodem do góry (rys. 32a);

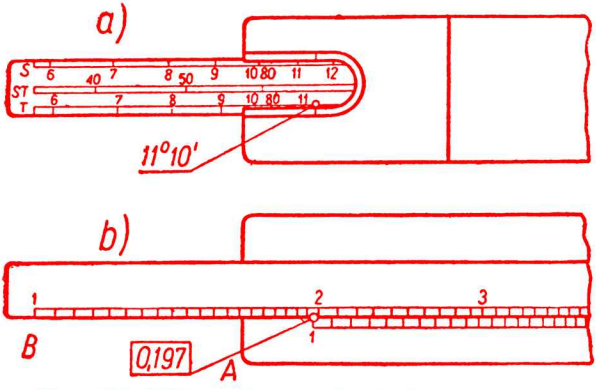
2) przesuwkę wyciągamy w lewo tak daleko, aby punkt odpowiadający danemu kątowi (11° 10′) podziałki „*T*" pokrywał się z kreską umieszczoną na lewym wykroju korpusu, (tak jest na większości suwaków);

3) odwracamy suwak do normalnej pozycji (rys. 32b) i na podziałce *B* nad „1" podziałki *A* odczytujemy wynik (w tym wypadku „197"). Stąd wartość tg 11° 10′ wynosi 0,197 (gdyż tg 5° 45′ = 0,1007, a tg 45° = 1).

Wartość funkcji tangens dla kątów większych od 45° znajdujemy ze wzoru:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)}$$

$$\text{np. } \operatorname{tg} 65^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg}(90^\circ - 65^\circ)} = \frac{1}{\operatorname{tg} 25^\circ} = \frac{1}{0{,}466} = 2{,}145$$



Rys. 32. Obliczanie wartości funkcji tangens

Natomiast funkcję cotangens obliczamy ze wzoru:

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\text{np. } \operatorname{ctg} 42^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 42^\circ} = \frac{1}{0{,}9} = 1{,}111$$

Zadania: 1) $\operatorname{tg} 25^\circ 30' = 0{,}477$; 2) $\operatorname{ctg} 39^\circ 20' = 1{,}22$; 3) $\operatorname{tg} 66^\circ 10' = 2{,}264$; 4) $\operatorname{ctg} 80^\circ 40' = 0{,}164$.

Wartości funkcji tangens i cotangens dla kątów większych od 45° znajdujemy z tablic logarytmicznych.

c) Obliczanie wartości kątów

1) Mając dane wartości funkcyj możemy znaleźć wielkości kątów, musimy jednak postępować w odwrotny sposób, aniżeli podano wyżej, trzymając się przy tym następujących zasad:

jeśli $\sin\alpha = 0{,}01 \div 0{,}1$ to szukamy kąta na podziałce „*S.T*"
„ $\sin\alpha = 0{,}1 \div 1$ „ „ „ „ „ „*S*"
„ $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}01 \div 0{,}1$ „ „ „ „ „ „*S.T*"
„ $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}1 \div 1$ „ „ „ „ „ „*T*"

Przykład 1. sin $\alpha = 0{,}574$. Znaleźć kąt α.

1. Daną wartość 0,574 (rys. 31b) wyszukujemy na podziałce *B* i ustawiamy nad „10" podziałki *A*.

2. Odwracamy suwak w ten sposób, by jego spód był skierowany ku górze (rys. 31a), i pod górną kreską prawego wykroju na podziałce „*S*" odczytujemy kąt $\alpha = 35°$

Przykład 2. sin $\alpha = 0{,}045$.

Ponieważ wartość funkcji sinus jest zawarta między 0,01 a 0,1 więc kąt α znajdujemy z podziałki „*S.T*" jako $\alpha = 2°35'$.

2) Jeśli mamy podaną wartość funkcji cos α i szukamy kąta α, wówczas pamiętając, że cos α = sin $(90° - \alpha)$, znajdujemy dla danej wartości na podziałce „*S*" lub „*S.T*" kąt $(90° - \alpha)$ i stąd obliczamy kąt α.

Przykład. cos $\alpha = 0{,}495$; sin $(90° - \alpha) = 0{,}495$; z podziałki „*S*" odczytujemy $(90° - \alpha) = 29°40'$; $\alpha = 60°20'$.

Podobnie znajdujemy kąt α znając wartość ctg α, gdyż ctg α = tg $(90° - \alpha)$.

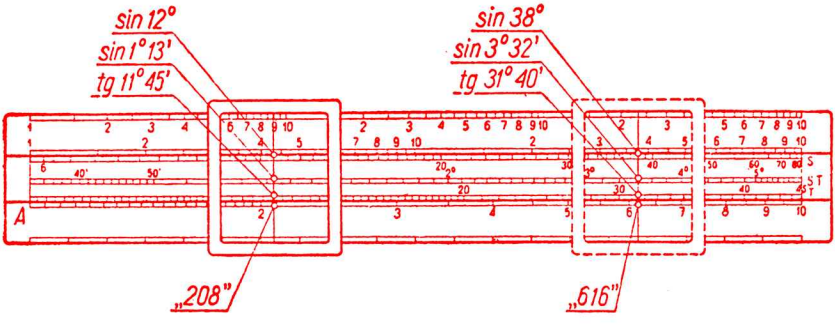
Przykłady: 1) ctg $\alpha = 0{,}27$; tg $(90° - \alpha) = 0{,}27$; z podziałki „*T*" odczytujemy $(90° - \alpha) = 15°10'$; $\alpha = 74°50'$,

2) ctg $\alpha = 0{,}08$; tg $(90° - \alpha) = 0{,}08$; z podziałki „*S.T.*" odczytujemy $(90 - \alpha) = 4°35'$, stąd $\alpha = 85°25'$.

Zadania: 1) ctg $\alpha = 0{,}625$; $\alpha = 58°$; 2) ctg $\alpha = 0{,}0466$; $\alpha = 87°20'$.

Uwaga

Jeśli w suwaku osadzimy przesuwkę spodem (tzn. stroną zawierającą podziałki trygonometryczne) do góry, tak jak to podaje rys. 33, wówczas przesuwając kreskę okienka w dowolne miejsce odczytać możemy



Rys. 33. Odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych

dla odpowiedniego kąta wartości jego funkcji sinus lub tangens i odwrotnie dla danej wartości funkcji odpowiadający kąt.

Np.: 1) $\sin 12° = 0{,}208$; $\sin 1°13' = \operatorname{tg} 1°13' = 0{,}0208$; $\operatorname{tg} 11°45' = 0{,}208$; 2) $\sin 38° = 0{,}616$; $\sin 3°32' = \operatorname{tg} 3°32' = 0{,}0616$; $\operatorname{tg} 31°40' = 0{,}616$.

13. Zastosowanie oznaczeń literowych

a) Miara łukowa kątów

A. Do zamiany miary łukowej kąta $\hat{\imath}$, wyrażonej w radianach na stopnie, minuty i sekundy oraz odwrotnie: stopni, minut i sekund na radiany służą oznaczenia literowe $\varrho°$, ϱ, ϱ' i ϱ'' umieszczone na podziałkach A i B (patrz rys. 10, 11, 12), przy czym:

$$\varrho° = \frac{180°}{\pi} = 57{,}3°; \qquad \varrho' = \frac{180 \cdot 60'}{\pi} = 3438';$$

$$\varrho'' = \frac{180 \cdot 60 \cdot 60''}{\pi} = 206265''; \quad \Big| \quad \varrho = \frac{\pi}{180°} = 0{,}01745 \text{ radianów}$$

co oznacza, że

$$1 \text{ radian} = \varrho° = 57{,}3° = \varrho' = 3438' = \varrho'' = 206265''$$

natomiast

$$1° = \varrho = 0{,}01745 \text{ radianów}$$

zaś $\varrho° = \frac{1}{\varrho}$ i na odwrót $\varrho = \frac{1°}{\varrho°}$

Przykłady: 1. a) Wyrazić w mierze kątowej wielkość $\hat{\imath} = 2{,}5$ radiana:

$$\alpha = \hat{\imath}\ \varrho° = 2{,}5\ \varrho° = 143{,}5°$$

(mnożymy w sposób normalny 2,5 przez $\varrho°$).

b) Wyrazić w mierze kątowej $\hat{\imath} = 0{,}0046$ radianów:

$$\alpha = \hat{\imath} \cdot \varrho° = 0{,}0046 \cdot \varrho'' = 949'' = 15'45''$$

(mnożymy w sposób zwykły 0,0046 przez ϱ'').

2. a) Wyrazić w mierze łukowej $\hat{\imath}$ kąt $\alpha = 145°$,

$$\hat{\imath} = \frac{\alpha}{\varrho°} = \frac{145°}{\varrho°} = 145\ \varrho = 2{,}53 \text{ radianów}$$

b) Wyrazić w mierze łukowej $\hat{\imath}$ kąt $\alpha = 12°15'$

$$\hat{\imath} = \frac{\alpha}{\varrho°} = \frac{12°\,15'}{\varrho°} = \frac{735'}{\varrho'} = 0{,}214 \text{ radianów.}$$

B. Dla podziału kąta pełnego na sekundy gradusowe cc mamy znak ϱ_{cc}, przy czym:

$$\varrho_{cc} = \frac{200 \cdot 100 \cdot 100}{\pi} = 636620^{cc}$$

C. Dla małych kątów: $\alpha < 5°$

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \operatorname{arc} \alpha \approx \hat{l} \approx \frac{\alpha}{\varrho}$$

Przykład. $\sin 27'20'' = \operatorname{tg} 27'20'' = \hat{l} = \frac{1640''}{\varrho''} = 0{,}000795.$

Uwaga

Aby znaleźć na suwaku wartość sinusa małego kąta, np. wartość sin 25′ ustawiamy znak ϱ' podziałki *B* nad „25" podziałki *A* i na tejże podziałce pod „10" przesuwki odczytujemy wynik 0,00728.

Zadanie. $\sin 36' = 0{,}01045.$

b) Długość obwodu koła

Aby określić długość obwodu koła znając średnicę *d*, ustawia się „1" lub „10" przesuwki *B* nad znakiem π podziałki *A* i pod odpowiednią wartością średnicy *d*, wyszukaną okienkiem na podziałce *B*, odczytuje się na podziałce *A* długość obwodu.

$$U = \pi d; \quad \pi = 3{,}14159$$

Przykład. Obliczyć obwód koła *U* mając średnicę $d = 125$ mm.

$$U = \pi d = \pi \cdot 125 = 393 \text{ mm}.$$

c) Pole koła

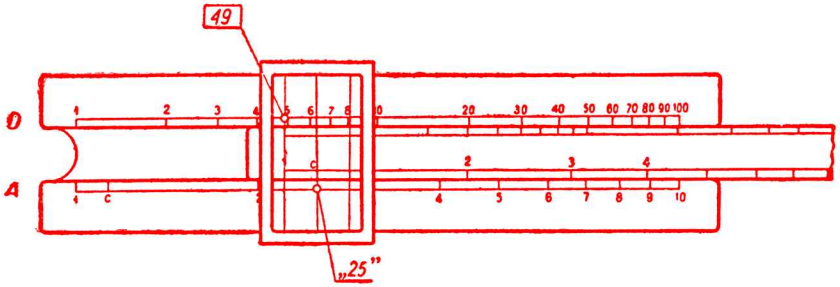
1. Do szybkiego określenia wartości liczbowej pola koła *F* o średnicy *d* służy znak:

$c = 2\sqrt{\frac{1}{\pi}} = 1{,}128$ umieszczony na podziałce *B*.

Wartość c wynika ze wzoru:

$$F = \frac{\pi a^2}{4} = \left(\frac{d}{2\sqrt{\frac{1}{\pi}}}\right)^2 = \left(\frac{d}{c}\right)^2$$

Przykład 1. Obliczyć pole F koła o średnicy $d = 2{,}5$ cm. Nastawiamy znak c podziałki B na „25" podziałki A (rys. 34) i odczytujemy wartość pola F na podziałce D nad „1" podziałki B. Pole F = „49" = 4,9 cm².



Rys. 34. Odczytywanie wartości pola koła

Przykład 2. Obliczyć średnicę d przewodu znając pole jego przekroju $F = 6$ mm².

Pod cyfrą „6" podziałki D ustawiamy „1" podziałki B, po czym pod znakiem c podziałki B odczytujemy na podziałce A szukaną średnicę d = „277" = 2,77 mm.

Uwaga

Oprócz znaku C posiadają również niekiedy suwaki znak c_1, przy czym

$$c_1 = \sqrt{\frac{40}{\pi}} \cong 3{,}568$$

Przy korzystaniu do obliczeń pola koła ze znaku c_1 zamiast znaku c należy odczytywać wynik na podziałce D ponad środkową „10" podziałki C.

2. Często na szkiełku okienka wyryte są trzy kreski, których wzajemna odległość wynosi

$$c = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1{,}128$$

Kreski te służą do szybkiego obliczania pola koła, gdy znana jest jego średnica, i odwrotnie — obliczania średnicy, gdy znane jest pole koła.

Przykład. Obliczyć pole przekroju pręta o średnicy $d = 30$ mm. Środkową kreskę ustawiamy na „30" podziałki A. Pod lewą kreską na podziałce D odczytujemy „705"; $F = 705$ mm².

d) Objętość brył obrotowych

1. Objętość walca $V = \frac{\pi d^2}{4} h = \left(\frac{d}{c}\right)^2 h$

Nad wielkością d z podziałki A ustawiamy znak c z podziałki B. Kreską okienka na odpowiedniej części podziałki C znajdujemy h. Pod kreską na podziałce D odczytujemy wynik. (W przypadku, gdy wartość h leży na podziałce C w wysuniętej poza korpus suwaka części, należy kreskę okienka postawić na „1" przesuwki i pod tę kreskę przesunąć „10" przesuwki — po czym na prawej części podziałki C wyszukać liczbę h i nad nią na podziałce D odczytać wynik).

Przykład 1. Obliczyć objętość walca posiadającego średnicę $d = 12$ mm i wysokość $h = 123$ mm.

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h = \left(\frac{d}{c}\right)^2 h = \left(\frac{12}{c}\right)^2 123 = 13900 \text{ mm}^3$$

Przykład 2. $d = 24$ mm; $h = 48$ mm

$$V = \left(\frac{24}{c}\right)^2 48 = 21600 \text{ mm}^3$$

2. Objętość stożka, $V = \frac{1}{3}\left(\frac{d}{c}\right)^2 h$

Objętość stożka obliczamy podobnie jak objętość walca. A więc nad wartością d z podziałki A ustawiamy c z podziałki B. Kreską okienka na odpowiedniej części podziałki C znajdujemy wielkość h. Pod kreskę przesuwamy „3" podziałki C i nad „1" lub „10" przesuwki na podziałce D odczytujemy wynik.

Przykład 1. Obliczyć objętość stożka o średnicy podstawy $d = 5{,}2$ cm i wysokości $h = 23{,}5$ cm

$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{d}{c}\right)^2 h = \frac{1}{3}\left(\frac{5{,}2}{c}\right)^2 23{,}5 = 167 \text{ cm}^3$$

Przykład 2. $d = 11$ cm; $h = 18$ cm;

$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{11}{c}\right)^2 18 = 570 \text{ cm}^3$$

3. Objętość kuli

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{4}{6} d \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cong 0{,}66\, d \left(\frac{d}{e}\right)^2$$

Liczbę „c" z podziałki B ustawiamy nad wartością „d" z podziałki A. Na podziałce C wyszukujemy kreską okienka war-

tość 0,66, po czym przesuwamy pod kreską okienka „1" lub „10" przesuwki i na odpowiedniej części podziałki C znajdujemy kreską okienka wielkość „d". Pod kreską okienka na podziałce D znajdujemy wynik.

Przykład. Znaleźć objętość kuli o średnicy $d = 33{,}2$ cm

$$V = 0{,}66\ d\left(\frac{\alpha}{c}\right)^2 = 0{,}66 \cdot 33{,}2\ \left(\frac{33{,}2}{c}\right)^2 = 1910\ \text{cm}^3$$

e) Obliczanie ciężaru prętów stalowych

1) Pręt kwadratowy. Ciężar G_1 kwadratowego pręta stalowego o boku a mm i długości 1 m, czyli tzw. metra bieżącego, wynosi:

$$G_1 = 0{,}001\ \gamma \cdot a^2\ \text{kG}$$

Ponieważ γ dla stali wynosi około 7,85 kG/dcm^3, zaś $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$, więc $\gamma = 10\frac{\pi}{4}$

Pamiętając nadto, że $c = 2\sqrt{\frac{1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4}{\pi}}$ otrzymujemy $\gamma = 10\ \frac{\pi}{4} = \frac{10}{c^2}$

zaś

$$G_1 = 0{,}01\ \left(\frac{a}{c}\right)^2\ \text{kG}$$

Przykład. Obliczyć ciężar 1 mb stalowego pręta kwadratowego o boku $a = 25$ mm.

a) Nastawiamy znak „c" podziałki B nad „25" podziałki A i odczytujemy na podziałce D nad „1" podziałki C wynik „49", skąd $G_1 = 4{,}9$ kG

b) Jeśli na szkiełku okienka są naniesione trzy kreski, wówczas środkową kreskę nastawiamy na wielkość „$a = 25$", wyszukaną na podziałce A, a na podziałce kwadratów D pod lewa kreską okienka odczytujemy wynik: G_1 = „49" = 4,9 kG.

2) Pręt sześciokątny. Ciężar G_1 1 mb sześciokątnego pręta stalowego o grubości s mm wynosi:

$$G_1 = 0{,}01\ \left(\frac{s}{c_s}\right)^2\ \text{kG}$$

gdzie

$$c_s = 1{,}212$$

(Jeśli na suwaku nie ma znaku c_s to można go łatwo nanieść na podziałkę B w miejscu „1212").

Przykład. Obliczyć ciężar 1 mb stalowego pręta sześciokątnego o grubości $s = 25$ mm.

Nastawiamy znak c_s podziałki B nad „25" podziałki A i odczytujemy na podziałce D nad „1" podziałki C wynik „425"; $G_1 = 4{,}25$ kG.

3) Pręt okrągły. Ciężar G_1 1 mb okrągłego pręta stalowego o średnicy d mm wynosi:

$$G_1 = 0{,}01 \left(\frac{d}{c_0}\right)^2 \text{ kG}$$

gdzie

$$c_0 = \sqrt{\frac{16}{\pi^2}} = 1{,}274$$

Przykład. Obliczyć ciężar 1 mb okrągłego pręta stalowego o średnicy $d = 25$ mm.

a) Nastawiamy znak c_0 podziałki B nad „25" podziałki A i odczytujemy wynik na podziałce D nad „1" podziałki C.

$$G_1 = \text{„385"} = 3{,}85 \text{ kG}$$

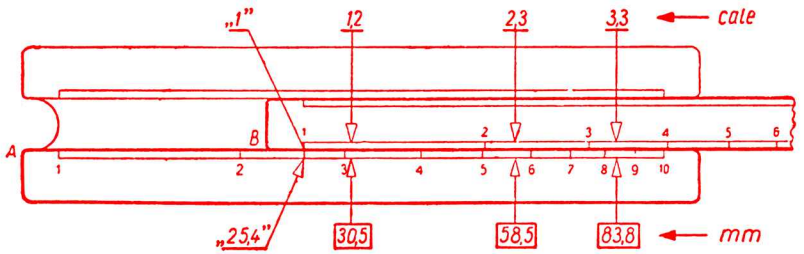
b) Jeśli szkiełko okienka posiada trzy kreski, wówczas prawą kreskę nastawiamy na „$d = 25$" podziałki A, a pod lewą kreską okienka na podziałce kwadratów D odczytujemy wynik $G_1 = \text{„385"} = 3{,}85$ kG.

14. Dodatkowe wykorzystanie suwaka

a) Suwak jako tablice

W przypadku gdy mamy zamieniać np. pewne jednostki miar na inne, wówczas zamiast posiłkowania się tablicami można wykorzystać suwak.

Przykład. Zamiana cali na milimetry (1″ = 25,4 mm). „1" podziałki B na przesuwce ustawiamy nad „254" podziałki A umieszczonej na korpusie. Przesuwając stopniowo kreskę okienka wzdłuż korpusu suwaka odczytujemy w dowolnym miejscu pod tą kreską na podziałce B ilość cali, a na podziałce A odpowiadającą im ilość milimetrów. I tak odczytane na podziałce B, np. 1,2″ odpowiada 30,5 mm odczytanym na podziałce A; 2,3″ = 58,5 mm, 3,3″ = 83,8 mm itd. (rys. 35).



Rys. 35. Zamiana cali na milimetry (suwak jako tablica)

Gdy chcemy odczytać wartości większe aniżeli 4″, wówczas przesuwkę suwaka przesuwamy na lewo w ten sposób, aby „10" podziałki *B* stanęła nad 25,4 podziałki *A*, i odczytujemy jak poprzednio: 5″ = 127 mm; 7″ = 178 mm itd.

Zadanie. 1 KM = 0735 kW. Ułożyć tablicę zamiany koni mechanicznych na kilowaty i odwrotnie.

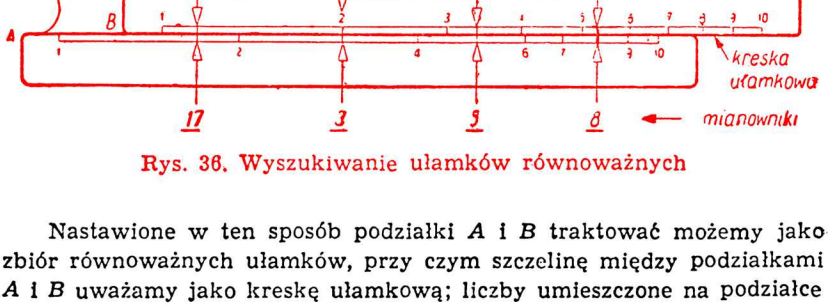
b) Proporcje

Przy pomocy suwaka można również wyznaczać łatwo wszelkie proporcje. W tym przypadku wartościom z podziałki *B* odpowiadają stojące naprzeciw nich wartości na podziałce *A*.

Przykład 1. Znaleźć niewiadome z proporcji:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{5} = \frac{y}{8} = \frac{z}{17} \text{ itp.}$$

Nastawiamy „2" z podziałki *B* nad „3" podziałki *A*, po czym przesuwamy okienko i kreską umieszczoną na nim wyszukujemy na podziałce *A* wielkość „5", a następnie odczytujemy nad nią na podzałce *B* $x = 3{,}33$ Następnie nie ruszając przesuwki wyszukujemy kreską okienka „8" na podziałce *A*, a nad tą wartością na podziałce *B* znajdujemy $y = 5{,}32$. W analogiczny sposób znajdujemy $z = 11{,}32$.



Rys. 36. Wyszukiwanie ułamków równoważnych

Nastawione w ten sposób podziałki *A* i *B* traktować możemy jako zbiór równoważnych ułamków, przy czym szczelinę między podziałkami *A* i *B* uważamy jako kreskę ułamkową; liczby umieszczone na podziałce *B* są wartościami licznika, umieszczone zaś bezpośrednio pod nimi liczby na podziałce *A* — wartościami mianownika (rys. 36).

Zadanie. Wyznaczyć proporcje $\frac{3}{7} = \frac{x}{60} = \frac{y}{270} = \frac{z}{0{,}3} = \frac{m}{0.09}$

Odp. $x = 25{,}7$; $y = 116$; $z = 0{,}1286$; $m = 0{,}0386$.

Uwaga 1

Gdy szukanej proporcji np: $\frac{3}{7} = \frac{x}{20} = \frac{y}{175} = \frac{z}{0.12}$ nie możemy wyznaczyć przy normalnym ustawieniu przesuwki, wówczas postępujemy następująco:

1) przy ustawieniu „3" podziałki *B* nad „7" podziałki *A* kreskę okienka stawiamy nad „1" podziałki *B*,

2) przesuwamy przesuwkę w ten sposób, aby „10" podziałki *B* pokrywała się z kreską okienka,

3) dla mianowników 20; 175; 0,12 wyszukanych na podziałce *A* odczytujemy na podziałce *B* odpowiadające im wartości: $x = 8{,}56$; $y = 75$; $z = 0{,}065$.

Zadanie. Wyznaczyć proporcje $\frac{22}{57} = \frac{x}{20} = \frac{y}{1{,}5} = \frac{z}{0{,}12}$

Odp. $x = 7{,}73$; $y = 0{,}578$; $z = 0{,}0462$.

Uwaga 2

W przypadku proporcji typu $\frac{2}{3} = \frac{x}{y}$ postępujemy podobnie jak w przykładzie 1

Ustawiamy „2" podziałki *B* nad „3" podziałki *A*, po czym przesuwamy kreskę okienka na prawo lub na lewo w dowolne miejsce i pod tą kreską na podziałce *B* odczytujemy wartość x a na podziałce *A* wartość y. Przesuwamy kreskę okienka dalej w dowolne miejsce i odczytujemy nowe wartości x i y.

Przykład 2. Zamiana ułamka dziesiętnego na zwykły

Gdy mamy zamienić np. 0,85 na ułamek zwykły, wówczas nastawiamy „10" podziałki *B* (można „1") nad „85" podziałki *A* i wtedy układ podziałek *A* i *B* traktować możemy jak w przykładzie poprzednim jako zbiór równoważnych ułamków zwykłych z tą tylko różnicą, że liczniki są u dołu (na podziałce *A*), mianownik zaś u góry (na podziałce *B*).

W ten sposób odczytać możemy, że

$$0{,}85 = \frac{5{,}1}{6} = \frac{4{,}25}{5} = \frac{3{,}4}{4} = \frac{2{,}55}{3} \text{ itd.}$$

Przykład 3. Obliczyć ilość zębów kół zmianowych, jeśli mamy naciąć gwint o skoku $s_n = 9{,}42$ mm na tokarce, której śruba pociągowa ma skok $s_p = 12{,}7$ mm ($1/2$").

Wzór na obliczanie kół zmianowych:

$$\frac{s_n}{s_p} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4}; \quad \frac{s_n}{s_p} = \frac{9{,}42}{12{,}7} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4}$$

Zakładamy sobie jedną parę kół np. $z_1 = 40$ i $z_2 = 30$, wówczas:

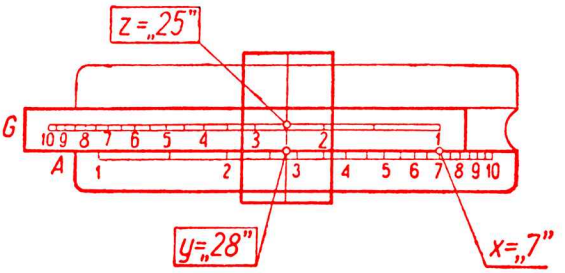
$$\frac{z_3}{z_4} = \frac{9.42}{12{,}7} \cdot \frac{30}{40} = 0{,}555 \text{ (obliczone na suwaku)}$$

Nastawiając „1" podziałki B nad „555" podziałki A znajdziemy na podziałce A $z_3 = 70$, a na podziałce B odpowiadającą wartość $z_4 = 127$.

Nastawiając zaś „10" podziałki B nad „555" podziałki A znajdziemy na podziałce A $z_3 = 50$, odpowiadającą tej wartości $z_4 = 90$ na podziałce B.

c) Rozkładanie liczb na dowolne czynniki $x = yz$

Jeśli mamy określoną liczbę x i chcemy ją rozłożyć na dowolne czynniki, wówczas „1" podziałki odwrotnej G ustawiamy nad „x" podziałki A i pod dowolnie ustawioną kreską



Rys. 37. Rozkładanie liczby x na dowolne czynniki y i z

okienka odczytujemy wskazanie y na podziałce A i wskazanie z na podziałce G jako czynniki rozkładu liczby x. Rysunek 37 przedstawia przykład rozkładu liczby $x = 7$ na czynniki $y = 2{,}8$ i $z = 2{,}5$.

Zadania: 1) $x = 7 = 2{,}8 \cdot 2{,}5 = 15 \cdot 0{,}465 = 550 \cdot 0{,}0137 = \ldots$

2) $x = 153 = 3 \cdot 51 = 42 \cdot 3{,}64 = 0{,}7 \cdot 219 = \ldots$

d) Obliczanie przeciwprostokątnej

Jeśli mamy obliczyć przeciwprostokątną ze wzoru $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, to zamiast żmudnych obliczeń szczegółowych, a więc podnoszenia do potęgi każdej liczby, sumowania i wyciągania pierwiastka, postępujemy w sposób następujący:

a) Gdy liczby x i y mają jednakową ilość miejsc.

Przykład 1. Obliczyć $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, gdy $x = 3$, a $y = 4$ (rys. 38).

1) Ustawiamy „1" przesuwki zawsze nad liczbą mniejszą — w tym przypadku nad $x =$ „3" wyszukaną na podziałce A,

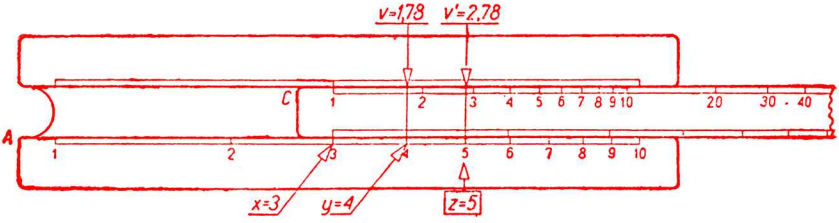
2) kreską okienka wyszukujemy na podziałce A drugą liczbę: $y =$ „4",

3) pod tą kreską na lewej części podziałki kwadratów przesuwki C odczytujemy wielkość pomocniczą $v =$ „1,78",

4) do wielkości v dodajemy 1 otrzymując $v' = 1{,}78 + 1 =$ „2,78",

5) kreską okienka wyszukujemy na podziałce C miejsce „2,78",

6) pod kreską okienka na podziałce A odczytujemy szukaną wielkość $z = 5$.



Rys. 38. Obliczanie przeciwprostokątnej

Zadania:

1) $z = \sqrt{2{,}72^2 + 12{,}3^2}$; $v =$ „4,90"; $v' =$ „5,90"; $z = 29{,}9$;

2) $z = \sqrt{36{,}4^2 + 84{,}1^2}$; $v =$ „5,36"; $v' =$ „6,36"; $z = 91{,}6$;

3) $z = \sqrt{460^2 + 150^2}$; $v =$ „9,40"; $v' =$ „10,40"; $z = 484$;

4) $z = \sqrt{0{,}92^2 + 0{,}8^2}$; $v =$ „1,32"; $v' =$ „2,32"; $z = 1{,}22$.

Przykład 2. Obliczyć $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, gdy $x = 75$, zaś $y = 11{,}4$

1) Ustawiamy „1" przesuwki nad liczbą mniejszą $y = 11{,}4$ wyszukaną na podziałce A,

2) kreską okienka wyszukujemy na podziałce A wielkość $x = 75$,

3) pod tą kreską na prawej części podziałki kwadratów przesuwki C odczytujemy wielkość pomocniczą $v =$ „43,2",

4) do tej wielkości dodajemy 1 otrzymując $v =$ „43,2" $+ 1 =$ „44,2",

5) kreską okienka wyszukujemy na prawej połowie podziałki C miejsce „44,2",

6) pod kreską okienka na podziałce A odczytujemy szukaną wielkość $z = 75{,}8$.

Zadania:

1) $z = \sqrt{143^2 + 525^2}$; $v =$ „13,5"; $v' =$ „14,5"; $z = 543$,

2) $z = \sqrt{9{,}55^2 + 1{,}1^2}$; $v =$ „75,5"; $v' =$ „76,5"; $z = 9{,}61$,

3) $z = \sqrt{0{,}22^2 + 0{,}8^2}$; $v =$ „13,2"; $v' =$ „14,2"; $z = 0{,}83$.

b) Gdy liczby x i y mają niejednakową ilość miejsc i różnią się o jedno miejsce, postępujemy podobnie jak poprzednio.

Przykład 1. Obliczyć $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, gdy $x = 70$, zaś $y = 5$.

1) Ustawiamy „1" przesuwki zawsze nad liczbą mniejszą w tym przypadku nad $y = 5$ wyszukaną na podziałce A,

2) kreską okienka wyszukujemy na podziałce A drugą liczbę $y = 70$,

3) pod tą kreską na podziałce kwadratów przesuwki C odczytujemy wielkość pomocniczą $v =$ „1,96",

4) ponieważ tę wielkość odczytaliśmy na lewej stronie podziałki C, dodajemy do niej 0,01 i otrzymujemy $v' =$ „1,96 + 0,01 = „1,97",

5) kreskę okienka stawiamy nad „1,97" podziałki C,

6) pod kreską na podziałce A odczytujemy szukaną wielkość $z = 70$.

Zadania:

1) $z = \sqrt{21{,}5^2 + 345^2}$; $v =$ „2,57"; $v' =$ „2,58"; $z = 345{,}5$,

2) $z = \sqrt{51^2 + 1{,}9^2}$; $v =$ „7,20"; $v' =$ „7,21"; $z = 51{,}1$,

3) $z = \sqrt{25{,}8^2 + 950^2}$; $v =$ „13,6"; $v' =$ „13,61"; $z = 951$.

Przykład 2. Obliczyć $z = \sqrt{72{,}5^2 + 210^2}$.

1) Nad mniejszą liczbą 72,5, wyszukaną na podziałce A, ustawiamy „10" przesuwki (koniec),

2) kreską okienka wyszukujemy na podziałce A liczbę 210,

3) pod kreską na podziałce C odczytujemy $v =$ „8,38",

4) do tej wielkości dodajemy 1 i otrzymujemy $v' =$ „9,38" (w przykładzie poprzednim dodawaliśmy 0,01, gdyż nad liczbą mniejszą ustawialiśmy „1" przesuwki — tu zaś „10"),

5) kreskę okienka przesuwamy na 9,38 podziałki C,

6) pod kreską na podziałce A odczytujemy szukaną wielkość $z = 222{,}2$.

Zadania:

1) $z = \sqrt{35^2 + 8^2}$; $v =$ „19,18"; $v' =$ „20,18"; $z = 36$,

2) $z = \sqrt{91^2 + 420^2}$; $v =$ „21,3"; $v' =$ „22,3"; $z = 430$,

3) $z = \sqrt{4{,}6^2 + 25{,}2^2}$; $v =$ „30,0"; $v' =$ „31,0"; $z = 25{,}6$,

4) $z = \sqrt{224^2 + 52{,}2^2}$; $v =$ „18,4"; $v' =$ „19,4"; $z = 230$.

e) Obliczanie sumy odwrotności liczb

Sumę odwrotności liczb typu

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

obliczamy w sposób następujący:

a) Gdy x i y ma jednakową ilość miejsc:

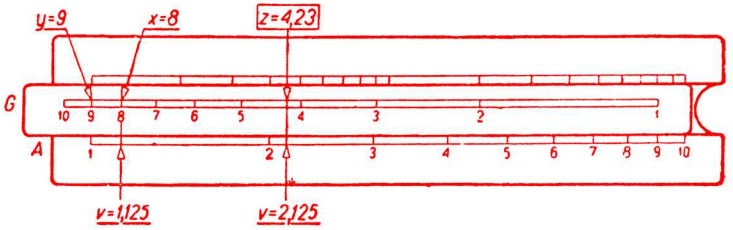
Przykład 1. Obliczyć $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, gdy $x = 8$, zaś $y = 9$ (rys. 39).

1) Nad „1" podziałki głównej A ustawiamy spośród podanych liczb x i y zawsze liczbę większą, w tym przypadku „9", wyszukaną

na podziałce odwrotności G. (Jeśli suwak nie posiada podziałki G, wówczas przekręca się przesuwkę w tej samej płaszczyźnie o 180° i podziałka B spełnia wtedy rolę podziałki odwrotności G — patrz rozdz. 3 f),

2) na tej podziałce G kreską okienka wyszukujemy wielkość „8",

3) pod kreską na podziałce A odczytujemy wielkość v = „1,125"



Rys. 39. Obliczanie sumy odwrotności liczb

4) do tej wielkości v = „1,125" dodajemy 1 otrzymując v' = 2,125,

na podziałce A kreską okienka wyszukujemy wielkość „2125",

6) pod kreską na podziałce G znajdujemy wielkość z = „4,23",

7) $\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=\frac{1}{4{,}23}$

Zadania:

1) $\frac{1}{z}=\frac{1}{650}+\frac{1}{342}$; v = „1,90"; v' = „2,90"; $\frac{1}{z}=\frac{1}{224}$

2) $\frac{1}{z}=\frac{1}{12}+\frac{1}{26}$; v = „21,7"; v' = „31,7"; $\frac{1}{z}=\frac{1}{8{,}2}$

ponieważ nad „3,17" podziałki A nie ma podziałki G, przeto „26" podziałki G przesunąć nad „10" podziałki A i pod kreską okienka ustawioną na „317" podziałki A — odczytać na podziałce G: $\frac{1}{z}=\frac{1}{8{,}2}$

3) $\frac{1}{z}=\frac{1}{30}+\frac{1}{1{,}1}$; v = „2,73"; v' = „3,73"; $\frac{1}{z}=\frac{1}{8{,}05}$

b) Gdy mianowniki różnią się o jedno miejsce, postępujemy podobnie jak w przypadku poprzednim, tj. ustawiamy zawsze najpierw większy mianownik wyszukany na podziałce G:

α) Nad „1" podziałki A, w przypadku gdy jego pierwsza cyfra znacząca jest większa od pierwszej cyfry znaczącej mianownika mniejszego i wtedy do znalezionej wielkości pośredniej v dodajemy 0,1, przy czym znalezione z ma tyle miejsc, ile ma miejsc mianownik mniejszy.

Zadania:

1) $\frac{1}{z} = \frac{1}{8} + \frac{1}{90}$; $v =$ „1,125"; $v' =$ „1,225"; $\frac{1}{z} = \frac{1}{7{,}35}$

2) $z = \frac{1}{90} + \frac{1}{950}$; $v =$ „1,058"; $v' =$ „1,158"; $\frac{1}{z} = \frac{1}{82{,}1}$

β) Nad „10" podziałki A, gdy jego pierwsza cyfra znacząca jest mniejsza od pierwszej cyfry znaczącej mniejszego mianownika i wtedy do wielkości pośredniej v dodajemy 1.

Zadania:

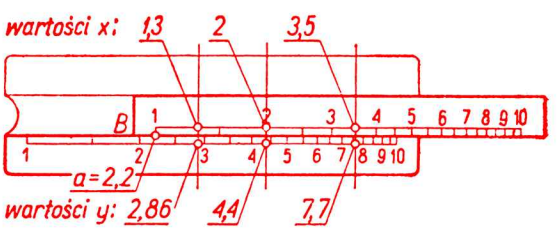
1) $\frac{1}{z} = \frac{1}{15} + \frac{1}{4}$; $v =$ „3,75"; $v' =$ „4,75"; $\frac{1}{z} = \frac{1}{3{,}16}$

2) $\frac{1}{z} = \frac{1}{8} + \frac{1}{11}$; $v =$ „1,375"; $v' =$ „2,375"; $\frac{1}{z} = \frac{1}{463}$

f) Obliczanie funkcji

1. $y = ax$.

Ustawiamy „1" lub „10" przesuwki nad liczbą a z podziałki A. Kreską okienka odczytujemy na podziałce B dowolne wartości x, a na podziałce A odpowiadające im wartości y.



Rys. 40. Wyznaczanie wartości funkcji $y = ax$

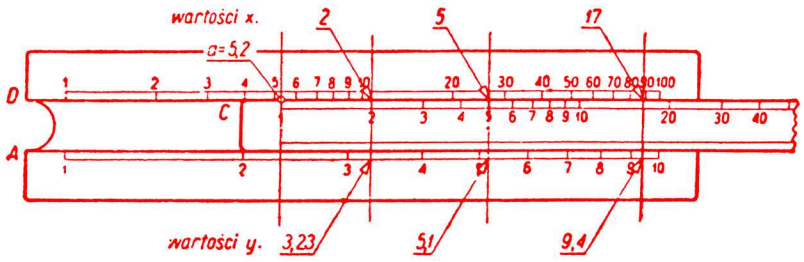
Np. $y = 2{,}2\,x$ (rys. 40)

x	1,3	1,8	2	2,5	3,5	4,5
y	2,86	3,96	4,4	5,5	7,7	9,9

Zadanie. Wyznaczyć wartość x i y funkcji: 1) $y = 0{,}7\,x$; 2) $y = 13\,x$.

2. $y^2 = ax$.

Ustawiamy „1" podziałki C pod miejscem a podziałki D. Dobierając na podziałce C kreską okienka odpowiednie wartości x znajdujemy na podziałce A wielkości y.



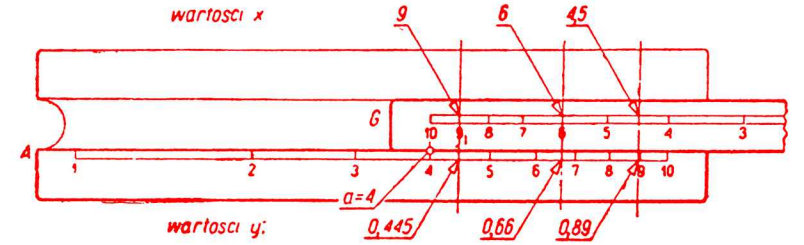
Rys. 41. Wyznaczanie wartości funkcji $y^2 = ax$

Np. $y^2 = 5{,}2\ x$ (rys. 41)

x	2	3	4	5	6	7	8	9	17
$\pm y$	3,23	3,96	4,56	5,1	5,6	6,05	6,45	6,85	9,4

3. $xy = a$.

„1" lub „10" podziałki odwrotnej G ustawiamy nad a podziałki A i pod dowolnie ustawioną kreską okienka odczytujemy liczbę x na podziałce G i liczbę y na podziałce A. (Gdy suwak nie ma podziałki zwrotnej, wówczas przesuwkę obracamy o 180°, patrz rys. 23, i wówczas odwrócona podziałka B spełnia rolę podziałki G).



Rys. 42. Wyznaczanie wartości funkcji $xy = a$

Np. $xy = 4$ (rys. 42)

x	4,5	6	7	8	9	90
y	0,89	0,665	0,57	0,5	0,445	0,045